

SESSION 2013

**CAPES  
CONCOURS EXTERNE  
ET CAFEP**

**Section : SCIENCES PHYSIQUES ET CHIMIQUES**

**COMPOSITION DE PHYSIQUE AVEC APPLICATIONS**

Durée : 5 heures

*Calculatrice électronique de poche - y compris calculatrice programmable, alphanumérique ou à écran graphique - à fonctionnement autonome, non imprimante, autorisée conformément à la circulaire n° 99-186 du 16 novembre 1999.*

*L'usage de tout ouvrage de référence, de tout dictionnaire et de tout autre matériel électronique est rigoureusement interdit.*

*La plus grande importance sera donnée à la qualité de la rédaction et de la présentation des résultats obtenus. Il est rappelé en particulier qu'une application numérique doit comporter un nombre de chiffres significatifs adapté et une unité.*

*Dans le cas où un(e) candidat(e) repère ce qui lui semble être une erreur d'énoncé, il (elle) le signale très lisiblement sur sa copie, propose la correction et poursuit l'épreuve en conséquence.*

*De même, si cela vous conduit à formuler une ou plusieurs hypothèses, il vous est demandé de la (ou les) mentionner explicitement.*

**NB : La copie que vous rendrez ne devra, conformément au principe d'anonymat, comporter aucun signe distinctif, tel que nom, signature, origine, etc. Si le travail qui vous est demandé comporte notamment la rédaction d'un projet ou d'une note, vous devrez impérativement vous abstenir de signer ou de l'identifier.**

# L'énergie, existence, transformation, stockage

Certaines lois de la physique ont un caractère universel, parmi celles-ci, la loi de conservation de l'énergie, vérifiée aussi bien à l'échelle microscopique, qu'à l'échelle humaine ou astronomique, a un statut tout particulier. Elle est un principe, jamais remis en cause par l'expérience, qui amène à se questionner sur la nature de l'énergie.

L'énergie est une grandeur difficile à définir. On peut lire dans le premier tome de mécanique de R. Feynmann : "La loi est appelée conservation de l'énergie. Elle affirme qu'il y a une certaine quantité que nous appelons énergie, qui ne change pas dans les multiples modifications que peut subir la nature".

Nous pouvons tenter de donner une définition de l'énergie : "un système possède de l'énergie dès lors qu'il est susceptible de fournir du travail ou de la chaleur". Définition problématique, car il reste à définir ce que sont chaleur et travail, dont on dit souvent qu'ils sont des énergies échangées entre deux systèmes...

Une fois admise l'existence de l'énergie d'un système physique, le physicien sait établir son expression en fonction des paramètres propres au système, l'argument énergétique est alors présent dans presque tout raisonnement physique qualitatif ou quantitatif.

Le développement de notre civilisation et de la qualité de vie s'est traduit par un accroissement exponentiel et récent des besoins en énergie. La facilité du stockage et du transport des énergies fossiles expliquent l'importance de leur consommation actuelle. La conséquence en est l'épuisement du stock d'énergies fossiles à court ou moyen terme, et la détérioration de notre environnement.

Désormais, il nous faut penser à l'utilisation rationnelle du stock disponible, et exploiter les ressources énergétiques renouvelables que sont les énergies de flux : hydraulique, éolien, solaire. Cela passe notamment par un stockage de l'énergie lorsqu'elle est produite de façon intermittente.

L'objet de ce problème est d'aborder quelques unes des multiples facettes de ce très vaste sujet qu'est l'énergie.

## Plan du problème :

Partie A : Énergie : production et consommation

Partie B : L'énergie contenue dans divers systèmes physiques

Partie C : La conversion d'énergie

Partie D : Stockage d'énergie

## Remarques générales :

Les applications numériques seront faites avec un nombre de chiffres significatifs adaptés.

La notation prendra en compte la qualité de la rédaction.

Les quatre parties du problème sont largement indépendantes.

## A- Énergie : production et consommation

La consommation énergétique mondiale a commencé à croître de façon très importante à partir de 1910. Par un effet "boule de neige", l'énergie devenue une denrée accessible, facile à transporter (sous forme de pétrole ou ses dérivés), a permis le développement industriel et l'accroissement du niveau de vie, qui à leur tour nécessitent de plus en plus d'énergie.

La consommation d'énergie, les transports individuels ou collectifs, la transformation de l'énergie, sont des sujets où physique et économie sont indissociables.

### I- Les unités d'énergie

1 - L'unité d'énergie du Système International d'unités est le joule. Donner l'expression du joule en unités de base que sont le mètre, la seconde et le kilogramme.

2 - La référence constante au pétrole a conduit à utiliser une unité dérivée de l'énergie qui se note tep pour "tonne d'équivalent pétrole", qui conventionnellement est telle que :

$$1 \text{ tep} = 41,9 \text{ GJ}$$

2- a- Une autre unité d'énergie est le kWh, calculer la valeur en joules de 1 kWh.

2- b- En déduire la valeur en kWh de 1 tep.

2- c- Citer une autre unité d'énergie, et préciser le domaine de la physique dans lequel elle est utilisée.

### II- Énergie primaire, énergie finale

L'énergie primaire est l'énergie telle qu'elle se trouve dans la nature. L'énergie finale est l'énergie que nous consommons quotidiennement. Elle peut être sous différentes formes, mais elle est bien souvent sous forme électrique dans nos habitations.

La production d'électricité a lieu dans des centrales qui peuvent être des centrales à charbon ou des centrales nucléaires, mais aussi des centrales hydrauliques ou centrales éoliennes, ou encore photovoltaïques...

3 - On peut lire dans le "dossier sur l'énergie" d'un journal scientifique :

" 1000 kWh représentent 0,087 tep s'ils sont produits par l'hydraulique ; 0,26 tep s'ils sont produits par centrale nucléaire et 0,86 tep par une centrale géothermique."

Estimer en ordre de grandeur le rendement des différentes centrales qui permettent de transformer ces énergies primaires en électricité.

4 - D'après la British Petroleum Statistical Review Of World Energy, la production d'énergie mondiale en 2008 par type d'énergie est :

	Production (2008) Mtep
Pétrole	3930
Gaz naturel	2770
Charbon	3320
Énergie nucléaire	620
Hydraulique	696
Éolien	60
Solaire photovoltaïque	0,68
Total	11400

4- a- On lit souvent dans les journaux que la production d'énergie repose encore en grande partie sur les énergies fossiles. Justifier cette affirmation d'après le tableau fourni ci-dessus.

4- b- Qu'appelle-t-on énergie renouvelable ? Quelle est la part, en pourcentage, d'énergies renouvelables dans la production énergétique en 2008 ?

### B- L'énergie contenue dans divers systèmes physiques

En mécanique, thermodynamique, électromagnétisme, physique nucléaire, l'énergie peut s'exprimer en fonction des variables propres au système physique étudié. Cette partie a pour but de retrouver, dans quelques domaines de la physique, l'expression de l'énergie ou des divers termes d'énergie du système.

## I- En mécanique classique du point : énergie potentielle, énergie cinétique

Soit un objet de masse  $m$ , assimilé à un point matériel, soumis à un ensemble de forces dont la résultante est notée  $\vec{F}$ . On étudie l'évolution de ce point dans un référentiel galiléen  $\mathcal{B}_0$ , et on note  $\vec{v}$  sa vitesse dans le référentiel d'étude.

5 - Commentons par établir l'expression de l'énergie cinétique, dans le cadre de la mécanique classique.

5- a- Définir la notion de référentiel galiléen. Donner un exemple de référentiel galiléen et un exemple de référentiel non galiléen, dans chaque cas, préciser le nom du référentiel, sa définition et préciser son caractère galiléen.

5- b- Galilée a formulé le principe de relativité galiléenne. À quelle époque Galilée a-t-il vécu ? Énoncer une formulation actuelle de ce principe.

5- c- Établir et énoncer le théorème de l'énergie cinétique.

6 - Le point matériel est ici considéré dans le champ de pesanteur uniforme  $\vec{g} = -g\vec{e}_z$ , avec  $\vec{e}_z$  le vecteur unitaire de l'axe  $Oz$  vertical ascendant.

6- a- Établir l'expression de l'énergie potentielle de pesanteur du point matériel.

6- b- Pourquoi dit-on du poids qu'il est une force conservative ?

7 - Proposer une solution succincte de l'exercice de mécanique ci-dessous.

Exercice : looping dans un parc d'attraction

En 2009, un parc d'attraction s'est doté d'un nouveau grand huit à fortes sensations. On peut lire sur le descriptif :

"Top départ, c'est parti... de 0 à 100 km/h en 2,5 secondes chrono !

Un démarrage par catapulte qui propulse le visiteur à 40 mètres de haut, un instant de pure adrénaline ! S'enchaîne un looping à une hauteur de 40 mètres, sensation nouvelle pour le visiteur [...] qui se retrouve avec la tête à l'envers !"

Q1 : Estimer la valeur numérique de l'accélération du wagon pendant la phase de catapultage. Comparer à  $g$  avec  $g = 9,81 \text{ m.s}^{-2}$ . Commenter.

Le looping simplifié que nous étudions, qui est représenté sur la figure 1, est constitué d'une gouttière de lancement dont le point le plus haut est situé à une hauteur  $h$  au dessus du sol, et permet de guider un chariot vers un rail circulaire de rayon  $R$ .

Il ne comporte donc pas de phase de catapultage, mais cela est compensé par un point de départ plus élevé du chariot.

De plus, dans notre modélisation la liaison entre le rail est unilatérale (on rappelle qu'une liaison unilatérale interdit le rapprochement de deux corps au delà du contact, mais n'empêche pas leur éloignement). Le chariot et ses occupants totalisent une masse  $m = 10$  tonnes, l'ensemble formé du chariot et de ses occupants est assimilé à un point matériel  $C$ . Le champ de pesanteur est uniforme, vertical et orienté vers le bas, de module  $g$ .

L'étude du mouvement sera toujours menée dans le référentiel terrestre  $\mathcal{B}_0$  qui sera considéré galiléen.

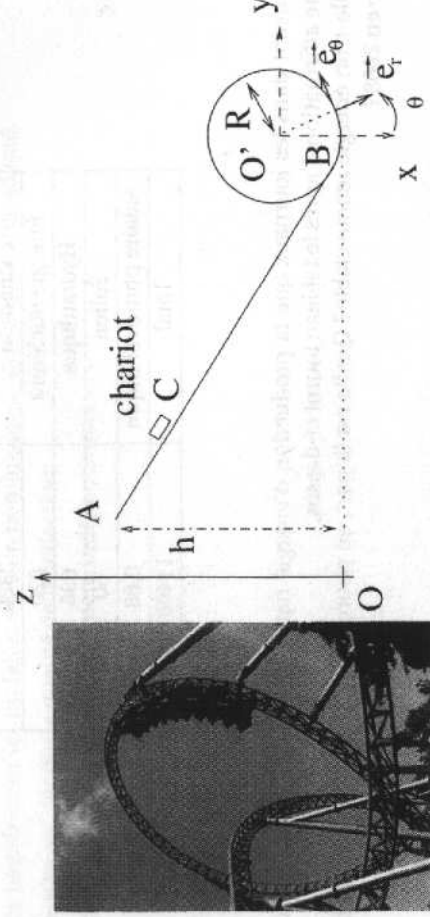


FIGURE 1 – Photo du looping et schéma du looping modélisé

Dans un premier temps, le modèle adopté pour la liaison entre le rail et les roues du chariot est celui de la liaison parfaite, c'est à dire qu'elle ne dissipe pas d'énergie. De plus les frottements de l'air sur les passagers et sur le wagon sont négligés. L'origine de l'énergie potentielle de pesanteur est choisie au point B.

Q2 : A l'origine, le chariot est placé en A, il est immobile. Quelle forme d'énergie possède-t-il ?

Q3 : Le chariot est abandonné sans vitesse initiale au point A, exprimer sa vitesse lorsqu'il arrive en B, en fonction de  $h$  et  $g$ .

Q4 : Pour la deuxième partie du mouvement du chariot, à partir du point B, le chariot est repéré par ses coordonnées polaires  $R$  et  $\theta$ .

Justifier le fait que la force que le rail circulaire exerce sur le chariot puisse s'écrire :

$$\vec{N} = -N\vec{e}_r$$

et représenter sur un dessin les différentes forces qui agissent sur le chariot.

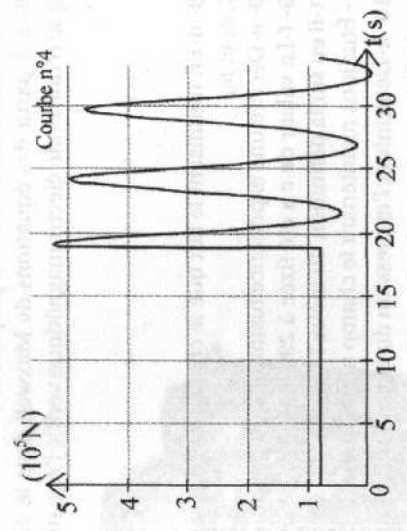
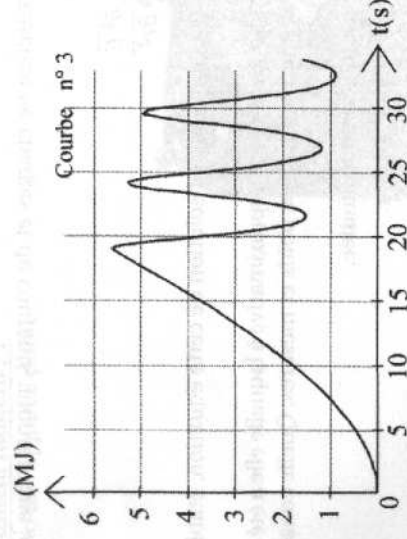
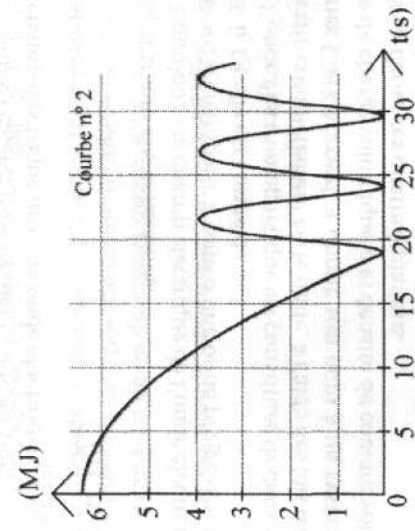
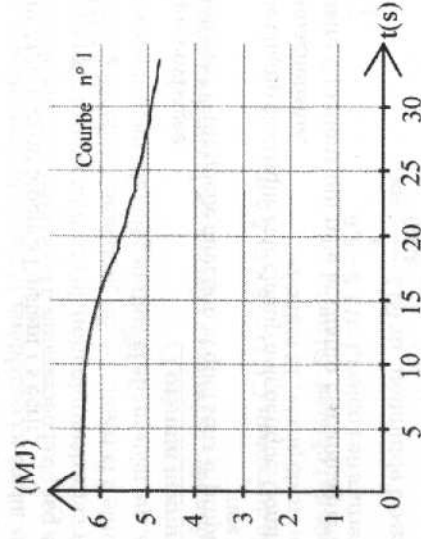
Q5 : En utilisant le théorème de l'énergie cinétique et la deuxième loi de Newton, établir l'expression de  $N$  en fonction de  $\theta$  :

$$N = mg(3\cos(\theta) + 2(\frac{h}{R} - 1))$$

Q6 : Établir une condition sur  $\frac{h}{R}$  pour que le looping soit effectué.

Désormais les hypothèses d'absence de frottement de l'air et de liaison parfaite sont abandonnées. La mise en équation est plus difficile.

Une simulation numérique de l'étude du mouvement utilisant la méthode d'Euler permet d'obtenir les courbes suivantes. Sont représentées : l'évolution au cours du temps de l'énergie cinétique  $\mathcal{E}_c$ , de l'énergie potentielle  $\mathcal{E}_p$ , de l'énergie totale  $\mathcal{E}_m$  et l'évolution de la réaction normale de la gouttière sur le mobile  $N$ , pour la même simulation. L'origine de l'énergie potentielle est prise nulle au point le plus bas du looping. À l'instant  $t = 0$ , on abandonne le chariot au point A sans vitesse initiale.



Ep

- Q7 :** Pour quels travaux relevant du domaine de la physique connaissez vous Euler ? À quelle époque a-t-il vécu ?
- Q8 :** Associer à chaque courbe la grandeur représentée, en justifiant chacune des réponses.
- Q9 :** Estimer la hauteur initiale et la vitesse maximale atteinte. Vérifier que la condition trouvée à la question **Q6** est bien vérifiée.
- Q10 :** À quelle date le mobile quittera-t-il la gouttière ?
- Q11 :** Combien de tours complets a effectué le chariot dans cette simulation avant de décrocher ?
- Q12 :** Que se passe-t-il au moment où le mobile passe de la rampe de lancement au rail du looping ? Que faudrait-il faire pour améliorer la simulation ?

## II - L'énergie qui nous vient du Soleil

Données :

- ✓ permittivité du vide :  $\epsilon_0 = 8,85 \times 10^{-12} \text{ F.m}^{-1}$
- ✓ perméabilité du vide :  $\mu_0 = 4\pi \cdot 10^{-7} \text{ H.m}^{-1}$
- ✓ constante de Planck :  $h = 6,62 \times 10^{-34} \text{ J.s}$

Soit  $A$  un champ vectoriel, on rappelle la relation suivante, qui fait intervenir des combinaisons d'opérateurs et permet de calculer le laplacien  $\Delta(A)$  :

$$\text{rot}(\text{rot}(\vec{A})) = \text{grad}(\text{div}(\vec{A})) - \Delta(\vec{A})$$

Une première façon d'approcher l'énergie qui nous vient du Soleil est de considérer qu'elle est transportée par des ondes électromagnétiques.

Considérons une onde électromagnétique sinusoïdale qui se propage dans l'espace que l'on a repéré au moyen d'un repère cartésien  $\mathcal{R}(O, x, y, z)$ , l'axe  $Ox$  est pris colinéaire à la direction  $ST$  de la droite qui joint le centre du Soleil au centre de la Terre, orienté vers la Terre, on peut se référer à la figure 2. On note  $(\vec{e}_x, \vec{e}_y, \vec{e}_z)$  la base orthonormée associée au repère  $\mathcal{R}$ . On assimile l'espace traversé par l'onde au vide.

Le champ électrique de cette onde électromagnétique au point  $M(x, y, z)$  du repère à l'instant  $t$  s'écrit :

$$\vec{E}(x, t) = E_0 \cdot \cos(\omega(t - \frac{x}{c})) \cdot \vec{e}_y \quad (1)$$

où  $c$ ,  $E_0$  et  $\omega$  sont des constantes.

- 8 - a** - Examinons le champ électrique de l'onde électromagnétique envisagée.
- 8 - a** - Ce champ est-il celui d'une onde progressive ou stationnaire ? Dans quelle direction et quel sens se propage-t-il ?
- 8 - b** - Quelle est l'unité de  $E_0$  ?
- 9** - L'onde électromagnétique est constituée de deux champs, le champ électrique et le champ magnétique. Commentons par décrire complètement cette onde, à l'aide des lois de l'électromagnétisme.
- James Clark Maxwell a donné son nom à un système de quatre équations qui relie le champ électromagnétique aux densité de charge volumique  $\rho$  et densité de courant volumique  $\vec{j}$ .
- 9 - a** - Écrire ces quatre équations.
- 9 - b** - À quelle date les a-t-il proposées ?
- 9 - c** - À partir des équations de Maxwell dans le vide, en l'absence de charges et de courants, montrer que le champ électrique d'une onde électromagnétique vérifie l'équation :

$$\Delta \vec{E} = \epsilon_0 \mu_0 \frac{\partial^2 \vec{E}}{\partial t^2}$$

**9 - d** - En traduisant le fait que le champ électrique donné précédemment est solution de cette équation, établir le lien entre  $c$ ,  $\epsilon_0$  et  $\mu_0$ .

**9 - e** - Décrire une expérience historique de mesure de  $c$ , en indiquant la date approximative à laquelle elle a été réalisée.

**9 - f** - La valeur de  $c$  a été fixée à 299792458 m/s par le bureau international des poids et mesures. Quelle conséquence cela a-t-il eu sur la définition du mètre ?

**10** - Étudions maintenant le champ magnétique de l'onde électromagnétique étudiée.

**10 - a** - Déterminer l'expression du champ magnétique  $\vec{B}(M, t)$  en  $M(x, y, z)$  à  $t$ .

**10 - b** - Préciser l'unité du champ magnétique  $\vec{B}(M, t)$ .

**11** - Les ondes électromagnétiques émises par le soleil transportent de l'énergie. Considérons une surface d'aire  $\Sigma$  dont la normale est orientée selon le vecteur  $\vec{e}_x$  (figure 2) :

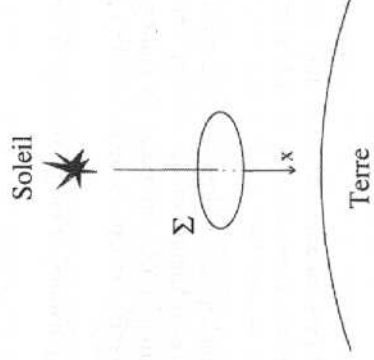


FIGURE 2

Pour calculer l'énergie qui traverse cette surface pendant une durée  $dt$ , on peut utiliser le vecteur de Poynting :

$$\vec{\Pi} = \frac{\vec{E} \wedge \vec{B}}{\mu_0}$$

- 11 - a - Exprimer l'unité du vecteur de Poynting en fonction des unités watt et mètre.
- 11 - b - Calculer le vecteur de Poynting pour l'onde envisagée, en un point  $M(x, y, z)$  à l'instant  $t$ . Commenter la direction de ce vecteur.
- 11 - c - En déduire la valeur moyenne temporelle du vecteur de Poynting, soit  $\langle \vec{\Pi} \rangle$  en fonction de  $E_0$ ,  $\mu_0$  et  $c$ .
- 11 - d - La puissance moyenne rayonnée par le Soleil est telle qu'au niveau de la surface de la Terre la puissance reçue par unité de surface est  $P_{0, \text{soleil}} = 1000 \text{ W.m}^{-2}$ , en déduire la valeur de  $E_0$ .

Une deuxième façon d'aborder l'énergie qui nous vient du Soleil est de la considérer comme la somme des quanta d'énergie transportés par les photons qui la constituent.

Nous allons ici considérer le cas de la photographie numérique, avec comme objectif la détermination du nombre de photons par pixel nécessaires à la réalisation d'une photographie de qualité.

Pour cette détermination, le candidat pourra s'appuyer sur les documents ci-dessous et introduire toute grandeur qu'il jugera utile à la résolution du problème. Certaines informations données ne sont pas directement utiles à la résolution et d'autres, qui relèvent de la culture générale, ne sont pas rappelées ; le candidat devra donc faire preuve d'initiative.

**Document numéro 1 :**

Les données techniques relevées sur le site d'un revendeur d'appareils photos, concernant un appareil réflex moyenne gamme sont :

Taille du capteur C.C.D. :  $18 \times 13,5 \text{ mm}^2$

Nombre de pixels : 12 millions

Focale de l'objectif : 50 mm

Ouverture de l'objectif :  $f/3,5 - 5,6$

Vitesse d'obturation : de 60 à  $\frac{1}{4000}$  sec.

**Document numéro 2 :**

Photo de l'appareil photo :



FIGURE 3

### Document numéroté 3 :

D'après l'article "La lumière, c'est combien de photons" ; Pour la Science ; Octobre Décembre 2006

#### Texte 1 :

Compter les photons à l'unité c'est ce que réalisent les détecteurs des appareils de photo numériques : les C.C.D. (*charge coupling device*). Le détecteur C.C.D. est un damier de détecteurs élémentaires, les photosites. Chacun d'eux est composé d'une jonction de matériaux semi-conducteurs. Chaque photon incident extrait un électron de l'un des matériaux de la jonction. L'électron libéré traverse la jonction et est collecté dans un condensateur électrique associé à chaque photosite.

#### Texte 2 :

L'énergie solaire qui nous parvient du Soleil atteint un kilowatt par mètre carré lorsque le Soleil est au zénith. Lors d'une prise de vue de jour, les objets éclairés renvoient dans toutes les directions la lumière solaire. Le flux de photons nous parvenant de ces objets vaut un centième du flux solaire.

#### Texte 3 :

Les photons arrivent au hasard sur le détecteur, à la manière des gouttes de pluies sur une vitre de voiture. Le nombre de photons reçus par pixel fluctue d'une grandeur égale à la racine carrée de la moyenne de ce nombre. Si l'on photographie une page uniformément blanche de sorte que 100 photons arrive en moyenne sur un pixel, on constate que le nombre de photons reçus par pixel varie de 90 à 110. De telles variations de 10 % sont visibles sur l'image. En revanche pour 10000 photons en moyenne les fluctuations typiques sont de 100, soit de un pour cent : elles restent invisibles à l'œil.

12 - À partir de ces documents et en introduisant toute grandeur pertinente utile à votre résolution, déterminer un ordre de grandeur du nombre de photons qui, en plein jour, parviennent sur un pixel de l'appareil photo envisagé. On explicitera la démarche et on analysera soigneusement le résultat obtenu.

### III - En physique nucléaire, l'énergie contenue dans la matière

Données numériques :

${}^{234}_{92}\text{U}$	0,0055 %	${}^{235}_{92}\text{U}$	0,7200 %	${}^{238}_{92}\text{U}$	99,2745 %
$h$	constante de Planck : $h = 6,62 \times 10^{-34}$ J.s				
$c$	vitesse de la lumière : $c = 3,00 \times 10^8$ m.s <sup>-1</sup>				
$e$	charge de l'électron : $-e = -1,6 \times 10^{-19}$ C				
$N_A$	constante d'Avogadro : $N_A = 6,02 \times 10^{23}$ mol <sup>-1</sup>				

Nous envisageons ici la matière au niveau microscopique, composée d'atomes, qui eux-mêmes sont composés de particules. Nous nous intéresserons tout particulièrement au noyau d'un atome dont on note  $A$  le nombre de masse et  $Z$  le numéro atomique.

Nous adopterons l'unité d'énergie adaptée à la physique nucléaire, à savoir le MeV, mégaelectronvolt.

13 - Pour obtenir des informations sur la structure de la matière, et notamment sur le noyau, on utilise des faisceaux de particules variées (électrons, neutrons, protons, particules alpha....) que l'on dirige sur la cible qu'on désire étudier.

#### 13- a- Relation de Louis de Broglie

-i-

Énoncer la relation de Louis de Broglie reliant le module de la quantité de mouvement  $p$  d'une particule matérielle, la longueur d'onde  $\lambda$  de l'onde associée et la constante de Planck  $h$ .

-ii-

À quelle date Louis de Broglie a-t-il énoncé cette loi ?

-iii-

Donner l'interprétation physique de cette relation. Décrire une expérience qui illustre le comportement ondulatoire de particules matérielles.

13- b- On désire utiliser un faisceau homocinétique de neutrons, de masse  $m_n = 939$  MeV/c<sup>2</sup> et d'énergie cinétique  $\mathcal{E}_c = 10$  MeV, pour étudier la structure interne d'un noyau.

-i-

En admettant le caractère non relativiste du mouvement des neutrons de ce faisceau, établir la relation suivante :

$$\lambda = \frac{h}{\sqrt{2m_n\mathcal{E}_c}}$$

-ii-

Déterminer numériquement  $\lambda$  et commenter le résultat obtenu.

-iii-

Calculer la valeur numérique de la vitesse des neutrons et commenter.

14 - Soit un atome caractérisé par un couple  $(A, Z)$  particulier.

14- a- Citer les particules qui constituent l'atome.



**14- b-** Le rayon approximatif du noyau de l'atome s'exprime :  $R = R_0 A^{1/3}$ , où  $R_0 = 1,20 \times 10^{-15}$  m. Commenter cette expression.

**14- c-** Décrire l'expérience qui a permis de prouver l'existence d'un noyau quasi ponctuel, ainsi que le nom du physicien qui l'a réalisée et la date approximative de celle-ci.

**14- d-** Donner l'ordre de grandeur, en puissance de 10, du rayon atomique.

**15 -** Envisageons désormais l'énergie de cet atome.

On notera  $m(A, Z)$  la masse de cet atome, et  $M(A, Z)$  la masse d'une mole de ces atomes.

**15- a-** Énoncer la loi traduisant le lien entre la masse et l'énergie au repos de l'atome.

**15- b-** Notons  $M_{nucleons, U235}$  la masse de tous les nucléons, pris indépendamment les uns des autres, d'une mole d'atomes d' ${}^{235}_{92}\text{U}$ .

On admet que :  $M_{nucleons, U235} = 236,9$  g. (1 mole)

Or la masse  $M(235, 92)$  d'une mole d'atomes d'uranium  ${}^{235}_{92}\text{U}$  est voisine de 235 g.

Interpréter la relation d'ordre entre  $M_{nucleons, U235}$  et  $M(235, 92)$ .

**16 -** Différents modèles permettent de retrouver la valeur de  $m(A, Z)$ . Parmi ces modèles, celui de la goutte liquide, consiste à considérer le noyau atomique comme une goutte d'un liquide incompressible, composée des nucléons. On note  $m_p$  la masse du proton et  $m_n$  celle du neutron.

Pour établir  $m(A, Z)$ , on exprime l'énergie du noyau défini par  $A$  et  $Z$  comme la somme des énergies de masse des nucléons et de l'énergie d'assemblage de ces nucléons. L'expression de l'énergie ainsi obtenue est connue sous le nom de "formule de la masse de Bethe-Weizsacker" :

$$m(A, Z)c^2 = a_1 \cdot Z m_p c^2 + a_2 \cdot (A - Z) m_n c^2 - a_3 A + a_4 A^{2/3} + a_5 \frac{Z^2}{A^{1/3}} + a_6 \frac{(A - 2Z)^2}{A} + a_7 \delta$$

Il y a 7 termes dans cette formule, correspondant aux coefficients  $a_i$  avec  $i$  qui varie de 1 à 7, coefficients tous positifs, il s'agit ici d'interpréter les différents termes numérotés de 1 à 7.

**16- a-** Donner l'unité et la valeur des coefficients  $a_1$  et  $a_2$ .

**16- b-** Parmi les nucléons du noyau certains sont chargés positivement. Ces particules se repoussent du fait de l'interaction électrique. Identifier dans la formule de Bethe-Weizsacker le terme correspondant, que l'on rebaptisera terme d'énergie coulombienne. Interpréter son signe.

**16- c-** Parmi les termes numéros 3, 4 et 5 un terme est appelé terme de surface, un autre terme de volume. Identifier ces deux termes et interpréter leur signe.

Le terme 6 prend en compte le fait que dans les noyaux lourds il y a plus de neutrons que de protons, et le terme 7 est un terme d'appariement.

**16- d-** On définit l'énergie de liaison par nucléon d'un noyau caractérisé par  $A$  et  $Z$  de la manière suivante :

$$E_L(A, Z)/A = \frac{1}{A} (Z m_p c^2 + (A - Z) m_n c^2 - m(A, Z) c^2)$$

À l'aide de la formule de Bethe-Weizsacker, on a tracé la courbe ci-dessous. Elle représente l'évolution moyenne de l'énergie de liaison par nucléon  $E_L/A$  en fonction de  $A$  pour des valeurs de  $A$  comprises entre 50 et 250.

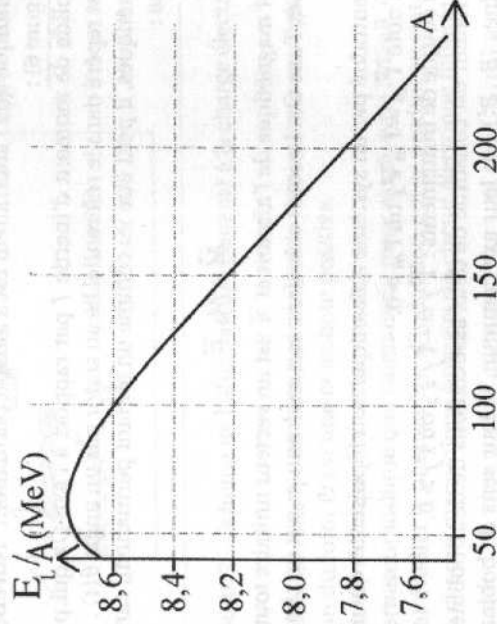


FIGURE 4 - Énergie de liaison par nucléon,  $E_L/A$ , en fonction de  $A$ , le nombre de masse

-i-

Il existe une courbe tracée point par point et obtenue expérimentalement, qui représente l'énergie de liaison par nucléons  $E_L(A, Z)/A$  en fonction de  $A$ .

Comment s'appelle cette courbe ? Citer le nom du dispositif expérimental qui a permis de la tracer.

-ii-

Lire sur la courbe de la figure 4 l'énergie de liaison par nucléons d'un noyau d' ${}^{235}_{92}\text{U}$ .

-iii-

En déduire la masse  $M(235, 92)$  d'une mole de noyaux d' ${}^{235}_{92}\text{U}$ . Conclure.

17 - Dans un réacteur à eau pressurisée, le combustible est constitué d'oxyde d'uranium enrichi en  ${}^{235}_{92}\text{U}$ .

Il s'y produit des réactions de fission nucléaire. Les produits de la fission d'un noyau sont deux noyaux fils et des neutrons en nombre variable. Le nombre total de nucléons est conservé au cours de la fission.

On admet que toutes les réactions de fission nucléaire qui se produisent dans un réacteur dégagent une énergie de l'ordre de 200 MeV.

17- a-À l'aide de la courbe précédente, montrer que la réaction de fission dégage de l'énergie, et préciser sous quelle forme se trouve l'énergie dégagée par la réaction.

17- b-Retrouver l'ordre de grandeur de 200 MeV donné pour les réactions de fissions.

## C- La conversion d'énergie

Utiliser l'énergie contenue dans un système, c'est nécessairement l'extraire du système qui la contient. Cette énergie est alors reçue par un autre système.

L'énergie est ainsi transformée ou convertie d'une forme d'énergie à une autre.

Une première transformation a déjà été envisagée à la question 7-, il s'agissait d'une conversion d'énergie mécanique en énergie mécanique, puisqu'il se produisait une transformation d'énergie potentielle de pesanteur en énergie cinétique du chariot, la conversion d'énergie se faisant par l'intermédiaire du travail d'une ou plusieurs forces, principalement la force de pesanteur.

Le travail est un transfert d'énergie d'un système à un autre, nous serons amenés à envisager un autre mode de transfert d'énergie : la chaleur ou transfert thermique.

## I- Conversion d'énergie mécanique en énergie électrique

Les dispositifs qui permettent de transformer l'énergie mécanique en énergie électrique sont le plus souvent des machines électriques tournantes. C'est le phénomène d'induction électromagnétique qui permet de comprendre le fonctionnement de la machine.

Aucune connaissance particulière en électrotechnique n'est nécessaire pour aborder cette partie.

La machine que nous étudierons est un alternateur, élément d'une éolienne individuelle susceptible d'alimenter une ferme, un système de pompage ou une habitation. Lorsqu'elle fonctionne de façon optimale, elle fournit une puissance électrique  $P_N = 6 \text{ kW}$ . Le diamètre de ses pales est 5,6 m, sa vitesse de rotation moyenne est de 150 tr/min. Le vent fait tourner les pales de l'éolienne qui entraînent le rotor de la machine électrique, qui crée alors de l'électricité.

Le constructeur de l'éolienne indique que l'alternateur est à aimant permanent "NdFeB".

Description de l'alternateur (figure 6) :

Le rotor est un solide de moment d'inertie  $J$  par rapport à l'axe  $Oz$  qui peut tourner autour de son axe  $Oz$ . Il est repéré dans le référentiel lié au stator par un angle  $\theta(t)$ .

Le rotor a des propriétés magnétiques, il peut être vu comme un aimant permanent, caractérisé par son moment magnétique :

$$\vec{M} = M_0 \vec{n}$$

où  $M_0$  est la valeur du moment magnétique de l'aimant et  $\vec{n}$  est un vecteur unitaire tournant contenu dans le plan  $xOy$ , repéré par l'angle  $\theta(t)$  qu'il fait avec l'axe  $Ox$ . Le rotor crée dans son environnement un champ magnétique que l'on notera  $\vec{B}_r$ .

Dans notre étude, le rotor est entraîné par un système mécanique non représenté, qui exerce un couple moteur dont le moment par rapport à l'axe  $Oz$  est noté  $\vec{\Gamma}_m = \Gamma_m \vec{e}_z$  où  $\Gamma_m > 0$ .

Enfin, on notera le moment du couple de frottements :  $\vec{\Gamma}_f = -\Gamma_f \vec{e}_z$  où  $\Gamma_f > 0$ .

Le stator de l'alternateur est constitué de deux associations de deux bobines  $(B_1, B'_1)$  et  $(B_2, B'_2)$ . Toutes les bobines sont identiques. Les bobines  $(B_1, B'_1)$  ont leur axe commun, et leur sens de bobinage est identique. De même les bobines  $(B_2, B'_2)$  sont disposées de la même façon l'une part rapport à l'autre, mais leur axe est décalé d'un angle de  $\pi/2$  par rapport à l'axe des bobines  $(B_1, B'_1)$ .

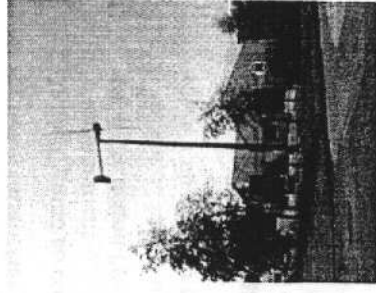


FIGURE 5 - Éolienne privée

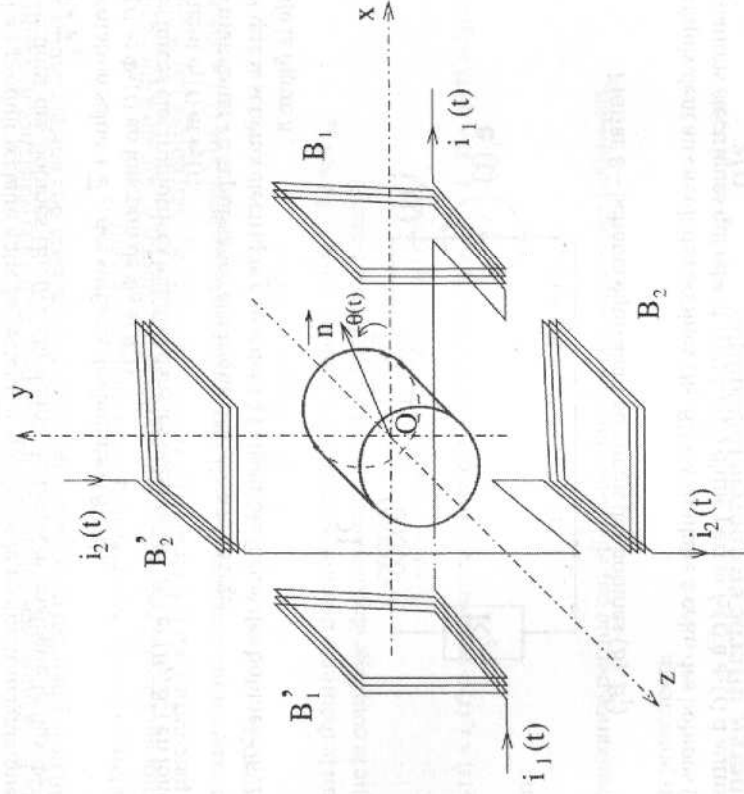


FIGURE 6 – Schéma de l'alternateur

Chaque association de bobines forme un circuit qui est fermé sur une charge  $R_c$  (voir figure 7). Chacune des bobines a une résistance  $r = 1 \Omega$  et une autoinductance  $L = 0,2 \text{ mH}$ .

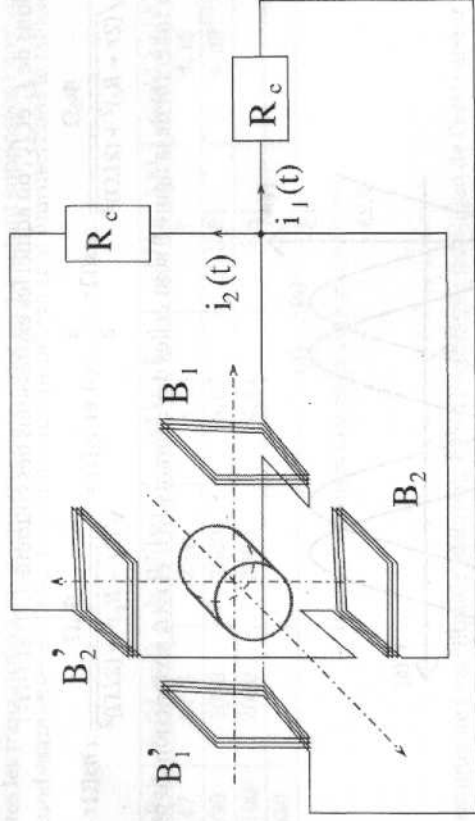


FIGURE 7 – Schéma de l'alternateur connecté à la charge électrique

Par la suite, nous ne nous intéresserons qu'au fonctionnement de l'alternateur en régime permanent mécanique, c'est à dire, lorsque la vitesse de rotation du rotor  $\Omega$  est une constante positive.

L'origine du temps est choisie de sorte que  $\theta(t) = \Omega \cdot t$ .

18 - Le constructeur de l'alternateur indique que l'aimant du rotor est du type NdFeB. Que signifie le sigle NdFeB ?

19 - Nous commencerons par étudier le phénomène d'induction qui se produit au stator de l'alternateur.

19-a- Soit  $\Phi(t)$  le flux d'un champ magnétique à travers un circuit électrique filiforme fermé quelconque.

-i-

Rappeler la définition du flux  $\Phi(t)$  du champ magnétique à travers le circuit.

-ii-

Énoncer la loi de Faraday qui relie la force électromotrice  $e(t)$  induite dans le circuit au flux  $\Phi(t)$ .

Le flux du champ magnétique  $\vec{B}_r$  à travers les bobines ( $B_1, B_1'$ ) est assez difficile à calculer, mais on admet avec une bonne approximation qu'il peut s'écrire comme le produit scalaire suivant :

$$\Phi_1(t) = \Phi_0 \vec{n} \cdot \vec{e}_x$$

il est donc proportionnel au produit scalaire entre le vecteur  $\vec{n}$  qui dirige le moment magnétique porté par le rotor et le vecteur  $\vec{e}_x$  normal aux sections des bobines  $(B_1, B'_1)$ . On définit de manière analogue le flux  $\Phi_2(t)$  à travers les bobines  $(B_2, B'_2)$ , soit  $\Phi_2(t) = \Phi_0 \vec{n} \cdot \vec{e}_y$ .

19- b-Justifier l'orientation selon  $+\vec{e}_x$ , des surfaces des bobines  $(B_1, B'_1)$ .

19- c-Exprimer  $\Phi_1(t)$  et  $\Phi_2(t)$  en fonction de  $\Phi_0$  et  $\theta(t)$ .

19- d-En déduire les forces électromotrices induites dans les bobines  $(B_1, B'_1)$  et  $(B_2, B'_2)$  en fonction de  $\Phi_0, \Omega$ , et  $t$ , elles seront notées respectivement  $e_1(t)$  et  $e_2(t)$ .

20- Intéressons nous maintenant à la puissance électrique délivrée à la charge.

20- a-Justifier le fait que le schéma électrique équivalent à l'ensemble formé des bobines  $(B_1, B'_1)$  fermées sur la charge  $R_c$  soit conforme à celui de la figure 8.

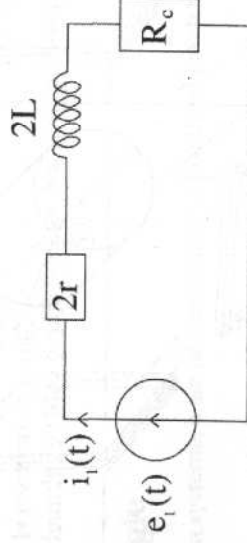


FIGURE 8 - Schéma équivalent au circuit des bobines  $(B_1, B'_1)$

Le schéma électrique équivalent au circuit des bobines  $(B_2, B'_2)$  est similaire à celui des bobines  $(B_1, B'_1)$ .

20- b-Établir les équations électriques qui relient  $i_1(t)$  à  $e_1(t)$  d'une part et  $i_2(t)$  à  $e_2(t)$  d'autre part.

Par la suite, on pose  $\phi = \text{Arctan}(\frac{2L\Omega}{2r + R_c})$ . On se place en régime établi.

20- c-Pour calculer les courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  on utilise la notation complexe. Exprimer l'amplitude complexe associée à  $i_1(t)$  et notée  $\underline{I}_1$  en fonction de  $\Phi_0, L, r, R_c$  et  $\Omega$ . Exprimer de même  $\underline{I}_2$ , l'amplitude complexe associée à  $i_2(t)$ . On rappelle que si la grandeur  $x(t)$  est sinusoïdale de pulsation  $\Omega$  et s'écrit  $x(t) = X_m \cos(\Omega t + \psi)$ , alors son amplitude complexe est  $\underline{X} = X_m e^{j\psi}$ .

À partir des expressions de  $\underline{I}_1$  et  $\underline{I}_2$ , on admet les expressions des courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  :

$$i_1(t) = \frac{\Phi_0 \Omega}{\sqrt{(2r + R_c)^2 + (2L\Omega)^2}} \cdot \cos(\Omega t - \frac{\pi}{2} - \phi) \quad \text{et} \quad i_2(t) = \frac{\Phi_0 \Omega}{\sqrt{(2r + R_c)^2 + (2L\Omega)^2}} \cdot \cos(\Omega t - \pi - \phi)$$

20- d-Les courbes (a) et (b) de la figure 9 sont celles des courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  en fonction du temps.

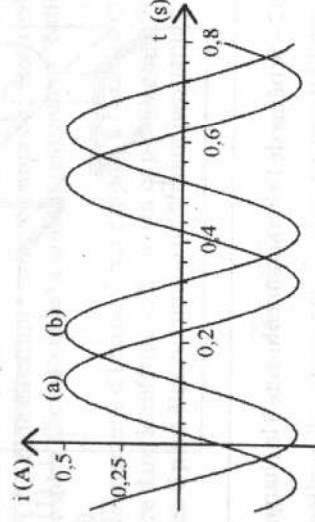


FIGURE 9 - Évolution des courants  $i_1(t)$  et  $i_2(t)$  en fonction du temps

-i- Faire correspondre aux courbes (a) et (b) les courants correspondants, en justifiant la réponse.

-ii- Le courant  $i_1(t)$  est-il en avance ou en retard sur  $i_2(t)$  ?

-iii-

Déduire de ces courbes la vitesse de rotation du rotor. Comparer cette valeur à la vitesse de rotation du fonctionnement optimal.

20- e-On note  $P_c$  la puissance électrique moyenne délivrée à la résistance  $R_c$ . Donner l'expression de  $P_c$  en fonction de  $\Phi_0, \Omega$  et des éléments du circuit de la figure 8.

Par la suite, on notera  $P_{c2}$  la puissance délivrée par les bobines ( $B_2, B'_2$ ) à la résistance  $R_c$  à laquelle elles sont reliées.  
**21 -** Étudions désormais le phénomène physique qui permet le transfert de l'énergie depuis sa forme mécanique à sa forme électrique.

Pour cela nous considérerons le système mécanique que constitue le rotor.

La liaison pivot du rotor sur l'axe  $Oz$  est parfaite (son moment par rapport à l'axe ainsi que sa puissance sont nuls).

Les bobines ( $B_1, B'_1$ ) parcourues par le courant  $i_1(t)$  et les bobines ( $B_2, B'_2$ ) parcourues par le courant  $i_2(t)$  créent en  $O$  et son voisinage un champ magnétique tournant  $\vec{B}_{stat}(t)$ , qui tourne la vitesse angulaire  $\Omega$ . Ce champ magnétique soumet le rotor à un couple de moment :

$$\vec{\Gamma} = \vec{M} \wedge \vec{B}_{stat}(t) = \Gamma \vec{e}_z$$

**21 - a -** En appliquant le théorème du moment cinétique scalaire, relier  $\Gamma$ ,  $\Gamma_f$  et  $\Gamma_m$ .

**21 - b -** On admet que le couplage électromécanique se traduit ici par l'égalité :

$$\Gamma \times \Omega + < e_1(t) \times i_1(t) + e_2(t) \times i_2(t) > = 0$$

où  $< e_1(t) \times i_1(t) + e_2(t) \times i_2(t) >$  représente la moyenne temporelle de  $e_1(t) \times i_1(t) + e_2(t) \times i_2(t)$ .

-i-

En déduire la relation :

$$\Gamma_m \Omega = \Gamma_f \Omega + P_{c1} + P_{c2} + P_{joule}$$

où  $P_{joule}$  représente la puissance perdue par effet Joule dans les résistances des bobinages.

-ii-

Interpréter la relation précédente.

## II - Conversion d'énergie interne en énergie mécanique

Les installations motrices à vapeur sont des machines à apport de chaleur externe, fournie soit par réaction nucléaire, soit par combustion. Au cœur de ces installations se trouve un fluide, de l'eau, auquel on fait subir une succession de transformations formant un cycle. Au cours de ce cycle, l'eau se transforme en vapeur, à haute pression, sa détente met en rotation une turbine qui entraîne un alternateur qui convertit l'énergie mécanique en énergie électrique.

Le cycle de base, ou cycle de Rankine, est proche d'un cycle de Carnot qui fera l'objet de notre étude.

Pour simplifier, toutes les transformations envisagées dans cette partie seront supposées réversibles.

Les propriétés thermodynamiques de l'eau, dont nous aurons besoin sont fournies dans le tableau suivant :

	$T(^{\circ}\text{C})$	$P(\text{kPa})$	$h_l(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	$h_v(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1})$	$s_v(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	$s_l(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	$c_{pl}(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$	$c_{pv}(\text{kJ}\cdot\text{kg}^{-1}\cdot\text{K}^{-1})$
(I)	21	2,47	87,5	2540	8,65	?	4,18	1,91
(II)	251	4030	1090	2800	6,07	2,81	4,88	4,03
(III)	374	22100	2080	2080	4,41	4,41	..	..
(IV)	477	4030	..	..	..	..	..	..

Tableau : Données thermodynamiques de l'eau

$h_l$  est l'enthalpie massique de l'eau liquide saturant,  $h_v$  est l'enthalpie massique de l'eau vapeur saturante,

$s_v$  est l'entropie massique de l'eau vapeur saturante,  $s_l$  est l'entropie massique de l'eau liquide saturant.

$T$  et  $P$  désignent la température et la pression de l'eau,

$c_{pl}$  et  $c_{pv}$  sont respectivement les capacités calorifiques massiques à pression constante de l'eau sous forme de liquide et de vapeur saturante,

.. signifie que la grandeur de la colonne n'est pas définie dans la ligne correspondante.

**22 -** Enthalpie massique d'un corps pur fluide

**22 - a -** Exprimer l'enthalpie massique  $h$  d'un fluide en fonction de son énergie interne massique  $u$ , sa pression  $P$  et son volume massique  $\frac{1}{\mu}$ .

Préciser l'unité de  $h$ .

**22 - b -** On considère le cas où le fluide est un corps pur diphasé, à l'équilibre à la température  $T$ , composé d'une phase liquide et d'une phase vapeur et on note  $x$  la fraction massique de vapeur. Exprimer l'enthalpie massique  $h$  du système en fonction de  $x$ , de l'enthalpie massique de la phase vapeur  $h_v(T)$  et de l'enthalpie massique de la phase liquide  $h_l(T)$ .

**23 -** Premier principe de la thermodynamique appliqué aux fluides en écoulement permanent unidimensionnel

Un fluide quelconque s'écoule de façon permanente dans une conduite, depuis la section d'entrée où toutes les grandeurs sont indicées d'un "e" jusqu'à la section de sortie où toutes les grandeurs sont indicées "s".

On note  $T_e$ ,  $P_e$  et  $\mu_e$  respectivement la température, la pression et la masse volumique à l'entrée, et en sortie les grandeurs homologues  $T_s$ ,  $P_s$  et  $\mu_s$ . Les énergies cinétiques massiques sont supposées négligeables, quant aux énergies potentielles massiques macroscopiques d'entrée et sortie, elles ne varient pas.

À l'entrée, l'enthalpie massique du fluide est  $h_e$ , à la sortie  $h_s$ .

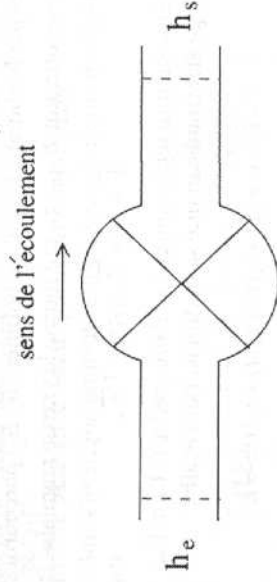


FIGURE 10 - Coupe d'un dispositif où s'écoule un fluide

Au centre du dispositif de la figure 10, le renflement marqué d'une grande croix représente le coeur du dispositif, là où le fluide qui passe peut recevoir le travail massique utile  $w_u$ , qui représente le travail massique reçu autre que celui des forces de pression à l'entrée et à la sortie, et la chaleur massique  $q_{th}$ . Ces deux grandeurs  $w_u$  et  $q_{th}$  sont les énergies reçues par le fluide au passage par le renflement, ramenées à l'unité de masse de fluide.

Dans ces conditions, on rappelle que le premier principe, ramené à une unité de masse, pour la transformation depuis l'état initial à l'entrée jusqu'à l'état final en sortie s'écrit :

$$h_s - h_e = w_u + q_{th}$$

23- a- Si le fluide évolue de façon adiabatique, que représente  $h_s - h_e$  ?

23- b- Si le fluide s'écoule dans un échangeur thermique, dans lequel il n'échange aucun travail utile, que représente  $h_s - h_e$  ?

24 - Entropie massique d'un corps pur fluide et lecture du diagramme entropique  $T(s)$

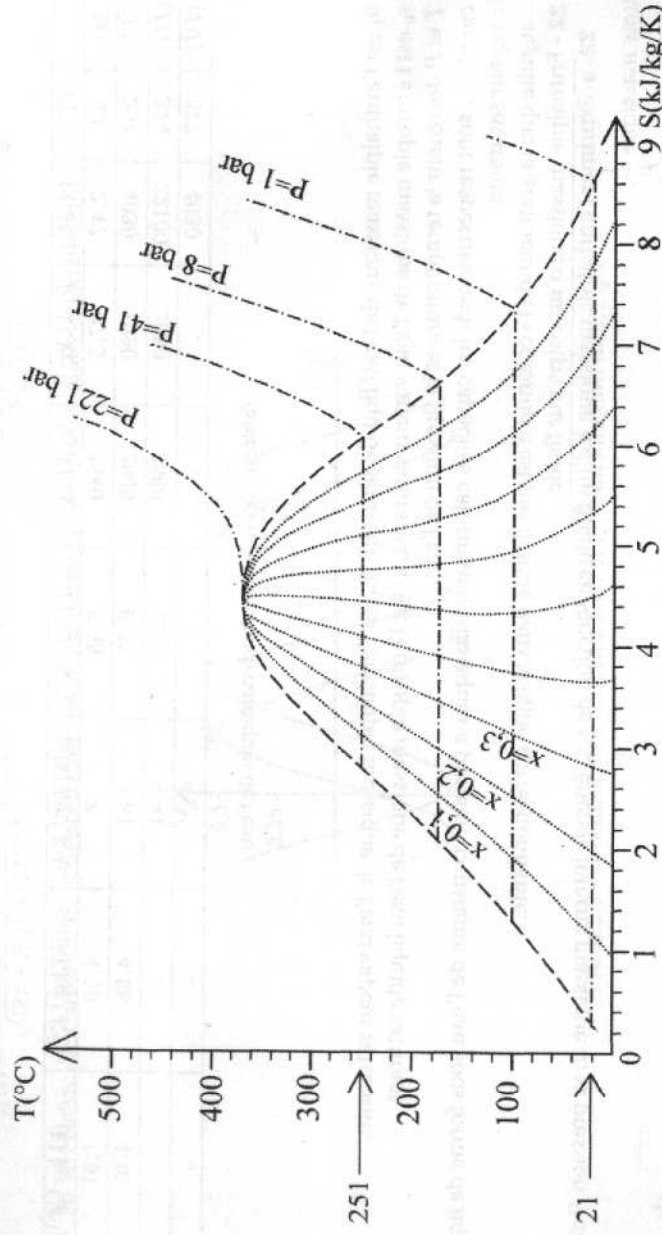


FIGURE 11 - Diagramme entropique de l'eau

24- a- Le diagramme entropique de l'eau de la figure 11, est la représentation de l'évolution de la température, ici en °C, placée en ordonnée en fonction de l'entropie d'un système composé d'une unité de masse d'eau au cours de transformations isobares. En tirets gras est représentée la courbe de saturation qui limite le domaine où existe l'équilibre entre la vapeur et le liquide. Sont représentées en tirets fins les courbes le long desquelles la fraction massique  $x$  de vapeur est constante, pour  $x = 0, 1, x = 0,2, x = 0,3$  etc.

-i-

Sur un diagramme entropique que vous aurez reproduit schématiquement, placer les domaines de coexistence du liquide et de la vapeur, d'existence de la phase gazeuse, et d'existence de la phase liquide.

-ii-

Justifier l'existence d'un palier sur une isobare dans un diagramme entropique.

24- b- Si le fluide est diphasé à la température  $T$ , composé d'une phase liquide et d'une phase vapeur, de sorte que la fraction massique de vapeur soit notée  $x$ , exprimer l'entropie massique  $s$  du système en fonction de  $x$ , de l'entropie massique de la phase vapeur  $s_v(T)$  et de l'entropie massique de la phase liquide  $s_l(T)$ .

24- c- En considérant la vaporisation complète d'un kilogramme d'eau, dont l'état initial est liquide saturant, isotherme à la température  $T$ , établir le lien entre  $s_l(T)$ ,  $s_v(T)$ ,  $h_l(T)$ ,  $h_v(T)$  et  $T$ .

25 - Le tableau fourni comprend quatre lignes.

25- a- En vous servant des données du tableau, compléter la colonne  $s_l$  ( $\text{kJ.kg}^{-1}.\text{K}^{-1}$ ) du tableau pour la ligne (I). Comparer la valeur obtenue à celle lue directement sur le diagramme entropique fourni en figure 1.1.

25- b- Commenter les données numériques fournies dans les lignes (II) et (IV) du tableau des données thermodynamiques de l'eau.

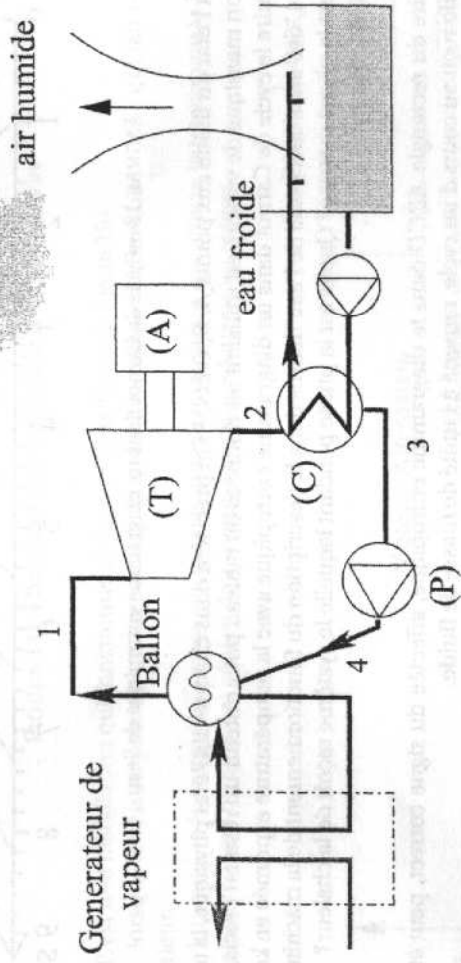


FIGURE 12 - Installation Motrice à Vapeur : I.M.V.

Le schéma d'une I.M.V. (figure 12) fait apparaître différents éléments :

† Le générateur de vapeur (G.V.), dans lequel le fluide, ici de l'eau, est transformé en vapeur. Les tubes vaporisateurs traversent l'échangeur thermique dans lequel passe aussi le fluide caloporteur issu du cœur de réacteur. L'eau diphasique n'est pas totalement vaporisée dans les tubes, mais les phases vapeur et liquide sont séparées par gravité dans le ballon de sorte que le fluide en 1 soit bien de la vapeur saturante.

† La transformation de l'eau de 4 à 1 dans le générateur de vapeur et le ballon est isobare.

† La transformation dans la turbine de 2 à 3 est adiabatique.

† Un condenseur (C) où l'eau se condense par échange de chaleur avec un fluide froid provenant d'un fleuve par exemple.

† La transformation dans le condenseur de 3 à 4 est isobare.

† Une pompe (P) remet alors le fluide à la pression du fluide qui traverse le générateur de vapeur.

† La transformation dans la pompe de 4 à 1 est adiabatique. La puissance nécessaire au fonctionnement de la pompe est prélevée sur l'arbre de la turbine.

† Par ailleurs, la transformation d'énergie mécanique en énergie électrique est effectuée par un alternateur (A), et une alimentation en eau froide provenant d'une rivière assure le refroidissement et la condensation de l'eau après passage par la turbine.

26 - La figure 13 est la représentation du cycle de Carnot sur le diagramme entropique de l'eau.

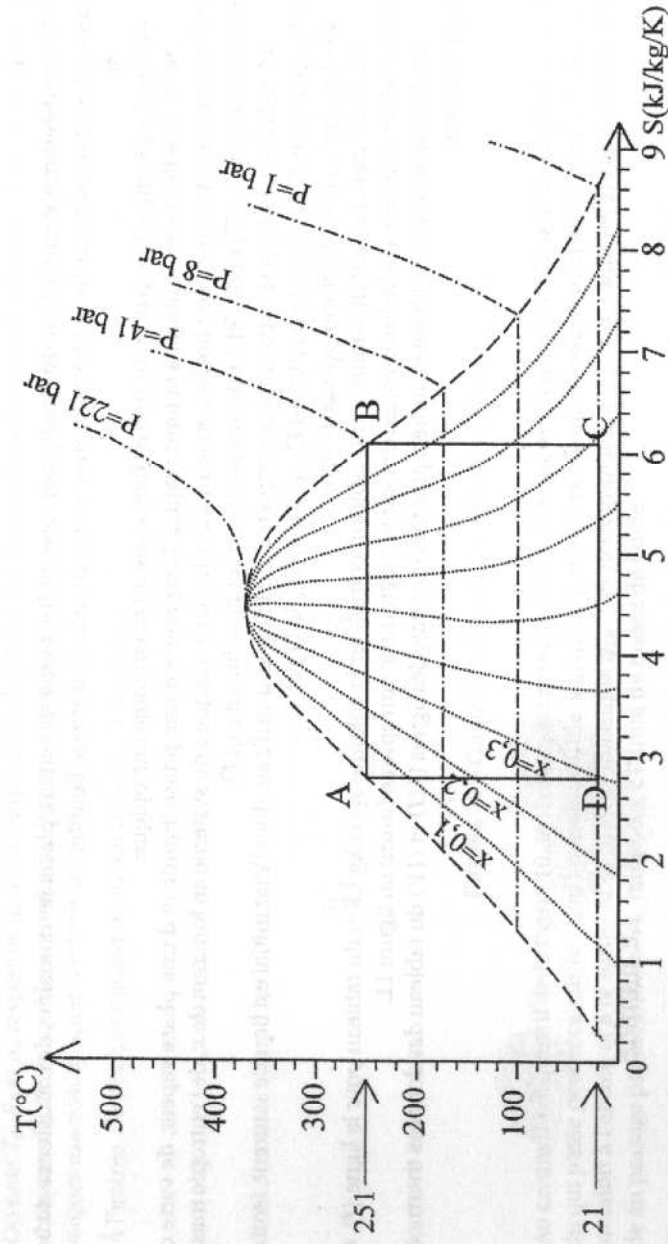


FIGURE 13 - Cycle de Carnot dans un diagramme entropique de l'eau

26- a- Quel est l'état du fluide aux points A, B, C et D ? On précisera dans chaque cas l'état physique, la température, la pression et la fraction massique de vapeur, en utilisant les données du tableau pour obtenir un résultat précis.

26- b- Reproduire le cycle de Carnot dans un diagramme entropique avec la température exprimée en kelvin, et placer les numéros 1, 2, 3, 4, des états successifs de l'eau définis dans la description du fonctionnement de la machine sur le cycle.

26- c- Quelle est la phase motrice ? Quelle est la phase pendant laquelle le système reçoit de la chaleur ?

26- d- Rendement du cycle :

-i-

Montrer que l'aire du rectangle ABCD dans le diagramme entropique, affectée du signe correct, peut être interprétée comme le travail utile reçu au cours d'un cycle, ramené à l'unité de masse de fluide.

-ii-

Sur le diagramme reproduit à la question 26. b, identifier de même l'aire qui correspondrait à la chaleur reçue, ramenée à l'unité de masse, au cours de l'échange thermique dans le générateur de vapeur pendant un cycle.

-iii-

Définir, puis calculer le rendement du cycle en fonction des températures extrêmes atteintes par le fluide  $T_{max}$  et  $T_{min}$ .

-iv-

Commenter le résultat obtenu.

Le cycle de Carnot n'est pas réalisé en pratique, à cause de la phase de compression (de 3 à 4) qui aurait lieu sur un système diphasique. Dans une partie ultérieure de ce problème nous étudierons une pompe centrifuge : pour que celle-ci fonctionne correctement le fluide doit être monophasique.

## D- Stockage d'énergie

La production d'énergie par exploitation des énergies renouvelables est une production intermittente, indépendante des besoins du moment. Il est indispensable de stocker l'énergie produite, afin de s'adapter aux besoins. Différents modes de stockages sont utilisés actuellement, les deux principaux sont le stockage électrochimique et le stockage hydraulique. C'est à ce dernier mode de stockage que nous allons nous intéresser.

L'énergie hydraulique est exploitée par l'homme depuis très longtemps. Elle est une source d'énergie renouvelable, puisque la nature renouvelle les réserves en eau nécessaires. Ses avantages sont nombreux, et notamment la rapidité de sa mise en œuvre font de l'énergie hydraulique un outil indispensable à la régulation des réseaux électriques. L'eau sera toujours considérée comme un fluide parfait, homogène, incompressible de masse volumique  $\mu_0 = 1000 \text{ kg.m}^{-3}$ .

L'objet de cette partie est l'étude d'une S.T.E.P., Station de Transfert d'Énergie par Pompes, située à Revin en France, dont la photo est donnée ci-dessous sur la figure 14, elle est actuellement en activité.

Elle utilise deux réservoirs. Le réservoir du haut, appelé "les Marquisades" a une superficie de  $6,6 \cdot 10^5 \text{ m}^2$  et un volume total lorsqu'il est plein de  $8,5$  millions de  $\text{m}^3$ , le réservoir du bas appelé bassin de "Whitaker" a un volume total de  $9$  millions de  $\text{m}^3$ .



L'altitude de la surface libre du réservoir du haut varie entre sa valeur maximale  $Z_{h,max} = 406$  m et l'altitude minimale  $Z_{h,min} = 395$  m.

La différence d'altitude entre les surfaces libres du réservoir du haut et du réservoir du bas est en moyenne égale à  $H = 225$  m. L'accélération de la pesanteur est notée  $g$  avec  $g = 9,81$  m.s<sup>-2</sup>.

La station possède quatre groupes réversibles turbine-pompe identiques. Chaque groupe, en mode turbine, développe une puissance est de 180 MW, et en mode pompe, consomme une puissance de 164 MW.



FIGURE 14 – Photo des réservoirs de la S.T.E.P. de Revin

Une S.T.E.P. est une installation qui fonctionne de façon réversible (voir figure 15) :  
↳ lorsque le réseau produit un excès d'énergie, elle fonctionne comme un pompe qui fait remonter l'eau dans le bassin supérieur,  
↳ lorsque le réseau présente une période de surconsommation qui affecte la tension ou la fréquence délivrée, elle fonctionne comme une turbine qui génère de l'énergie électrique fournie au réseau.

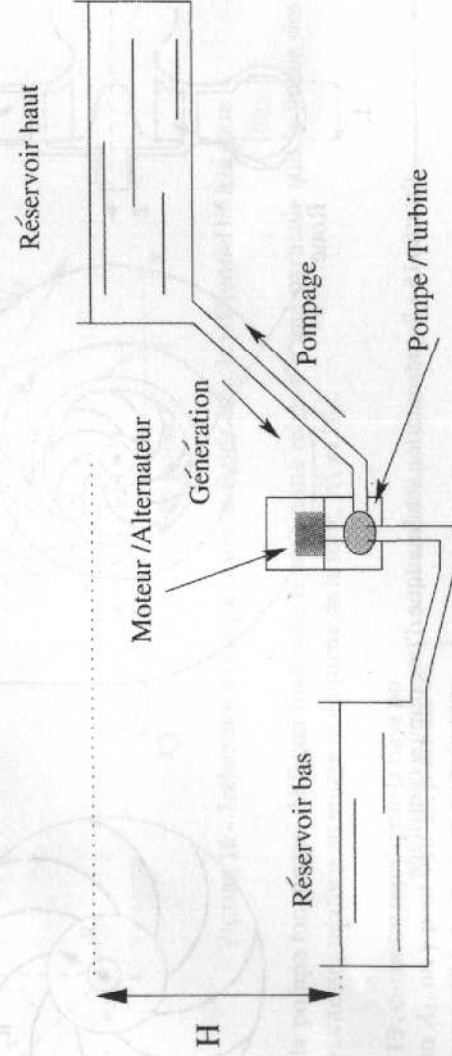


FIGURE 15 – Schéma global d'une S.T.E.P.

27 - En mode turbine, le débit volumique  $Q_T$  de chaque turbine est de  $Q_T = 100$  m<sup>3</sup>.s<sup>-1</sup>. La durée maximale de turbinage en continu est de 5 heures.

27- a- Avant le début du turbinage, le réservoir du haut était à son niveau maximum. Sous quelle forme l'énergie est-elle stockée avant le turbinage?

27- b- Calculer numériquement la valeur de l'énergie qui a été déstockée pendant les cinq heures de turbinage, soit  $\mathcal{E}_{STEP}$ . Pour faire ce calcul, on considérera que la masse d'eau qui a quitté le réservoir du haut était à une altitude moyenne de 225 m au dessus du point qui sert de référence pour l'énergie stockée.

27- c- Estimer numériquement la puissance moyenne récupérable par chaque turbine, comparer cette valeur à la valeur annoncée de 180 MW. Commenter.

28 - Dans sa fonction de pompage, le S.T.E.P. a pour but de faire passer l'eau du réservoir bas vers le réservoir haut. Considérons un groupe turbine-pompe, notons  $\mathcal{P}_0$  la puissance développée par le moteur qui actionne la pompe lorsque le régime permanent de pompage est établi, et le débit volumique correspondant est  $Q_0$ .

28- a- Soit  $H_{th}$  la hauteur de pompage théorique qui serait obtenue s'il n'y avait absolument aucune perte dans les tuyaux, d'aucune sorte. En raisonnant sur le système composé de toute l'eau comprise dans les deux réservoirs et les tuyaux, entre deux instants très voisins exprimer  $H_{th}$  en fonction de  $\mathcal{P}_0$ ,  $\mu_0$ ,  $Q_0$  et de  $g$ .

28- b- Quelle est la relation d'ordre entre  $H$  et  $H_{th}$ ?

28- c- Pour interpréter la différence entre ces deux hauteurs, on prend en compte l'ensemble des pertes qui peuvent se produire, soit  $\mathcal{P}_p$  la puissance totale perdue pour une pompe.

Établir le lien entre  $\mathcal{P}_0$ ,  $\mathcal{P}_p$ ,  $H$  et  $H_{th}$ .

28- d- Par la suite, on définira le rendement de la pompe  $\eta = \frac{H}{H_{th}}$ .

-i-

Calculer  $\eta$  en fonction de  $\mathcal{P}_0$ ,  $\mathcal{P}_p$ .

-ii-

Le rendement de la pompe vaut  $\eta = 95\%$ . En déduire  $H_{th}$  et le débit volumique  $Q_0$ , sachant que  $\mathcal{P}_0 = 164$  MW et  $H = 225$  m.

Examinons désormais le fonctionnement interne de la pompe centrifuge (représentée ci-dessous figure 16). Le fluide pompé est de l'eau, on adoptera pour l'eau le modèle du fluide parfait incompressible. L'axe de la pompe est vertical, de sorte que le fluide pompé s'écoule pratiquement dans un plan horizontal, on négligera toujours les effets de la pesanteur sur le fluide dans la pompe.

Les trois éléments essentiels de la pompe sont :

- † la roue, sur laquelle sont fixées des aubes qui entraînent le fluide. Elle tourne à la vitesse angulaire  $\omega$  autour de son axe,
- † le diffuseur, partie fixe dans laquelle le fluide est ralenti et la pression augmentée,
- † la volute, en forme de spirale qui assure l'arrivée du fluide dans le réservoir récepteur.

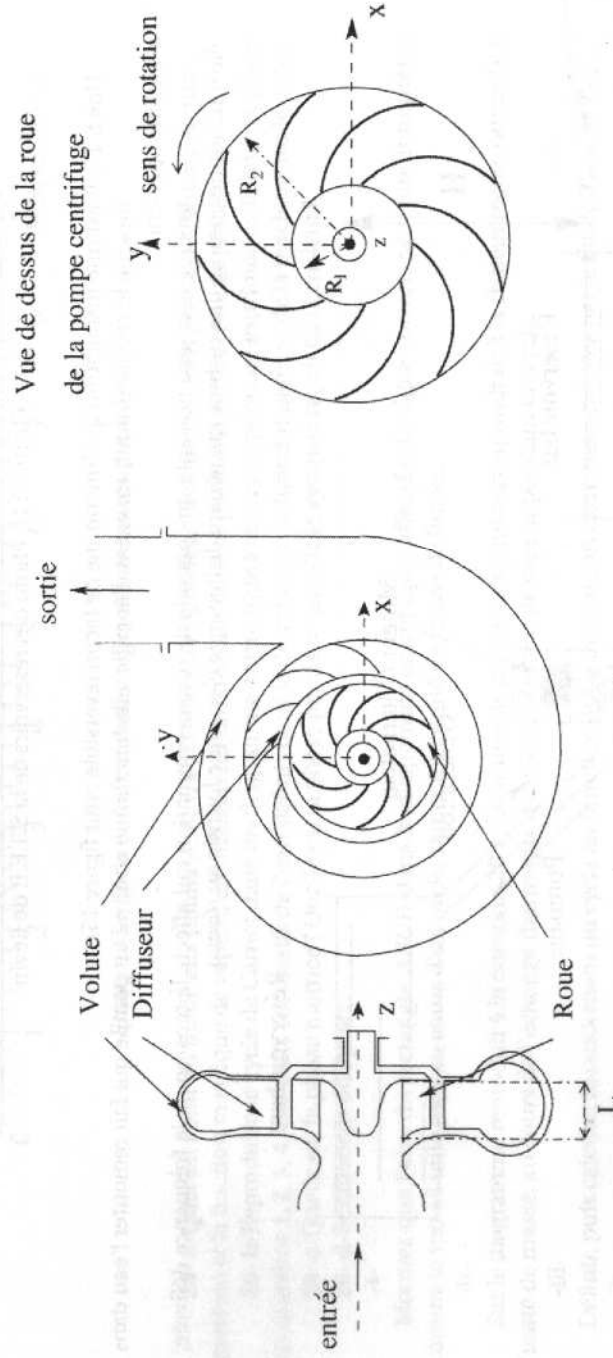


FIGURE 16 – Représentation schématique d'une pompe centrifuge

Nous n'étudierons que l'évolution du fluide dans la roue, dont on reproduit une photo ci-dessous, afin d'établir la puissance du couple qui s'exerce sur elle au cours du pompage, en régime permanent. Il faudra donc distinguer deux référentiels, celui lié à la roue  $\mathcal{R}_r$ , et celui lié au corps de la pompe  $\mathcal{R}_p$ .

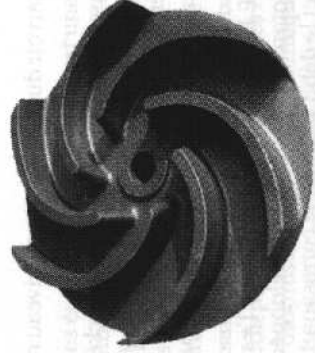


FIGURE 17 – Photo d'une roue à aubes

Quelques notations :

- † la roue possède  $N$  aubes,
- † l'indice 1 est réservé aux grandeurs liées au fluide à l'entrée de la roue, l'indice 2 aux mêmes grandeurs en sortie de la même roue,
- † la vitesse absolue, soit la vitesse dans  $\mathcal{R}_p$ , d'une particule de fluide sera notée  $\vec{V}$ , sa vitesse relative ou vitesse dans le référentiel  $\mathcal{R}_r$ , sera notée  $\vec{W}$ ,
- † la vitesse d'entraînement d'une particule de fluide est notée  $\vec{U}$ ,
- † les rayons intérieur et extérieur de la roue sont  $R_1$  et  $R_2$ . La profondeur de la roue est notée  $L$ ,
- † on adopte les coordonnées polaires pour repérer une particule le long de sa trajectoire dans le référentiel relatif.

29 - Étude cinématique du fluide dans la roue.

29 - a - Le référentiel  $\mathcal{R}_p$  est supposé galiléen. Qu'en est-il du référentiel  $\mathcal{R}_r$  ?

29 - b - Exprimer les vitesses  $\vec{U}_1$  et  $\vec{U}_2$  en fonction de  $\omega$ ,  $R_1$  et  $R_2$ , dans la base polaire, on peut se référer à la figure 18 .

La figure 18 représente la trajectoire de  $A_1$  à  $A_2$  d'une particule de fluide dans  $\mathcal{R}_r$ , entre deux aubes consécutives.  $A_1$  est le point où la particule entre dans la roue, et  $A_2$  le point auquel elle en sort. Les aubes sont suffisamment proches les unes des autres pour que l'on puisse considérer que l'écoulement entre deux aubes consécutives est unidimensionnel ; ici cela revient à considérer, pour simplifier, que toutes les particules de fluide situées entre deux aubes consécutives et situées à une même distance  $r$  de  $O$  ont la même vitesse, et sont soumises à la même pression.

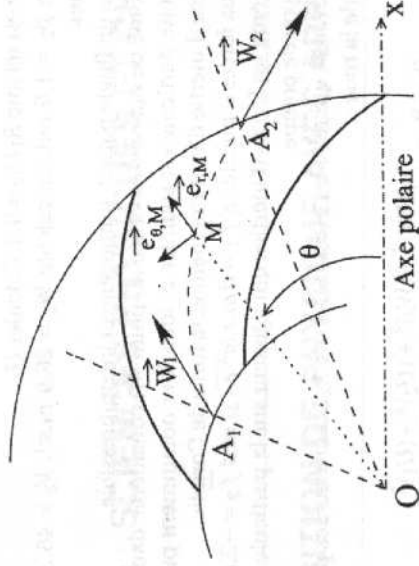


FIGURE 18 - Trajectoire d'une particule de fluide dans le référentiel lié à la roue

Lorsque la pompe fonctionne de façon optimale, la trajectoire relative d'une particule suit la forme des aubes. On a représenté les vitesses relatives en entrée et en sortie de la roue,  $\vec{W}_1$  et  $\vec{W}_2$ .

29 - c -

La figure 19, ci-contre représente la base polaire locale en  $A_1$ , on y peut voir en pointillé le bord intérieur par où l'eau pénètre dans la roue, les aubes n'ont pas été représentées.

-i-

Après avoir reproduit la figure 19 sur votre copie, construire le triangle formé par les vitesses  $\vec{U}_1$ ,  $\vec{V}_1$  et  $\vec{W}_1$  (pour la figure, et pour la figure seulement, on adoptera pour le module  $W_1$  de la vitesse relative  $\vec{W}_1$  un vecteur de longueur égale à la longueur de  $\vec{U}_1$ , et on inclinera la vitesse relative comme le sont les aubes de la roue qui guident le fluide).

-ii-

Vous ferez apparaître l'angle aigu  $\alpha_1$  que fait la vitesse absolue  $\vec{V}_1$  avec la tangente en  $A_1$  au cercle de rayon  $R_1$ , ainsi que l'angle aigu  $\beta_1$  que fait la vitesse relative  $\vec{W}_1$  avec la même tangente.

Montrer alors les relations suivantes :

$$V_1 \cdot \sin(\alpha_1) = W_1 \cdot \sin(\beta_1)$$

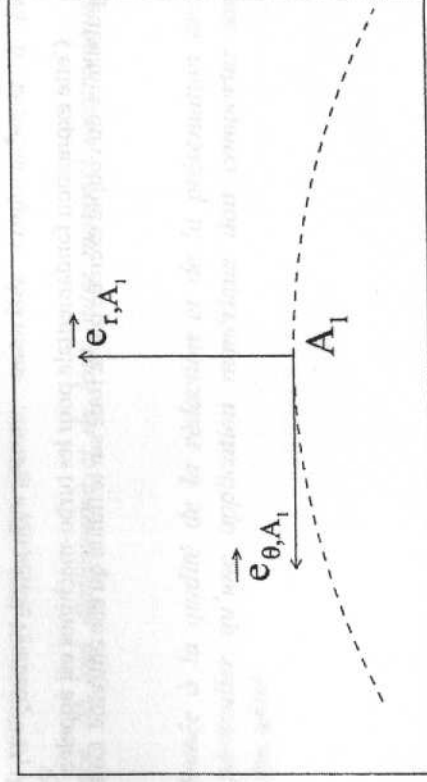


FIGURE 19 - Figure à reproduire

et

$$U_1 = V_1 \cdot \cos(\alpha_1) + W_1 \cdot \cos(\beta_1)$$

où  $V_1$  et  $U_1$  sont respectivement les normes des vecteurs  $\vec{V}_1$  et  $\vec{U}_1$ .

On admet qu'en sortie les relations similaires existent :  $V_2 \cdot \sin(\alpha_2) = W_2 \cdot \sin(\beta_2)$  et  $U_2 = V_2 \cdot \cos(\alpha_2) + W_2 \cdot \cos(\beta_2)$ . Les angles  $\alpha_2$  et  $\beta_2$  étant définis de façon similaire.

**29-d**-Calculer le débit volumique de fluide  $q_1$  rentrant dans la roue en empruntant le tube de courrant entre deux aubes consécutives, dans le référentiel  $\mathcal{R}_p$ , en fonction de  $V_1$ ,  $R_1$ ,  $L$ ,  $N$  et  $\alpha_1$ . En déduire le débit volumique total  $Q_1$  qui rentre dans la roue.

**29-e**-Exprimer de même le débit volumique total  $Q_2$  qui sort de la roue dans le référentiel  $\mathcal{R}_p$ .

**29-f**-Soient les débits volumiques totaux  $Q'_1$  et  $Q'_2$  rentrant et sortant de la roue dans le référentiel  $\mathcal{R}_r$ . Montrer que  $Q_1 = Q'_1$  et  $Q_2 = Q'_2$ .

**29-g**-Montrer que  $Q_1 = Q_2$ .

Désormais on notera  $Q_0$  le débit volumique.

**29-h**-Applications numériques :

-i-

On admet que  $\alpha_1 = \pi/2$  car l'eau pénètre radialement dans la roue si elle n'a pas été mise en rotation préalablement, calculer  $V_1$  pour  $L = 20$  cm,  $R_1 = 1,0$  m. On adoptera  $Q_0 = 71 \text{ m}^3 \cdot \text{s}^{-1}$ .

-ii-

Pour  $\beta_1 = 1,2$  rad, calculer  $W_1$  et en déduire  $\omega$ . On donnera la vitesse de rotation de la roue en  $\text{rad} \cdot \text{s}^{-1}$  et en  $\text{tr} \cdot \text{min}^{-1}$ .

-iii-

Le dimensionnement de la roue est tel que  $R_1/R_2 = 0,4$ . Calculer  $U_2$ .

**29-i**-Pour un angle de sortie  $\beta_2 = 1,0$  rad, on calcule  $W_2 = 26,9 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$ ,  $V_2 = 46,3 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$  et  $\alpha_2 = 0,51$  rad. Vérifier la cohérence de ces valeurs numériques.

**30-b**-L'eau est considérée comme un fluide parfait, homogène et incompressible.

**30-a**-Soit une particule de fluide de masse  $dm$  située au point  $M$ , considérée dans le référentiel de la roue  $\mathcal{R}_r$ . Faire l'inventaire des forces auxquelles cette particule est soumise et identifier notamment parmi les deux expressions de forces d'inerties données ci-dessous la force d'inertie d'entraînement et la force de Coriolis.

On rappelle l'expression des deux forces d'inerties  $d\vec{f}_1 = dm \cdot r \cdot \omega^2 \vec{e}_{r,M}$  et  $d\vec{f}_2 = -2 \cdot dm \cdot \vec{\omega} \wedge \vec{W}$ .

**30-b**-Représenter sur un schéma les forces d'inerties qui agissent sur la particule située au point  $M$ . Justifier le nom de pompe centrifuge attribué à ce type de pompe.

**30-c**-On admet la relation suivante, qui relie les pressions  $P_1$  et  $P_2$  au niveau des points  $A_1$  et  $A_2$  respectivement, aux vitesses définies en entrée et sortie de la roue :

$$P_2 - P_1 = \mu_0 \left( \frac{(W_1)^2 - (W_2)^2 + (U_2)^2 - (U_1)^2}{2} \right)$$

Donner une interprétation énergétique de cette équation.

**30-d**-Calculer la valeur de  $P_2 - P_1$ , en prenant  $\beta_2 = 1,0$  rad, et les valeurs de vitesses obtenues à la question **29-h**. Commenter.

**31** - L'étude plus avancée du fluide dans la roue permet d'établir l'expression de la puissance du couple exercé par la roue sur le fluide qu'elle entraîne :

$$\mathcal{P}_m = Q_0 \cdot \mu_0 \cdot (U_2 V_2 \cdot \cos \alpha_2 - U_1 V_1 \cdot \cos \alpha_1)$$

Cette expression fondamentale pour les turbo-machines est appelée "Relation d'Euler des turbo machines". Calculer la puissance du couple exercée par la roue sur le fluide qu'elle entraîne. Commenter le résultat obtenu.