



**EAE PHP 1**

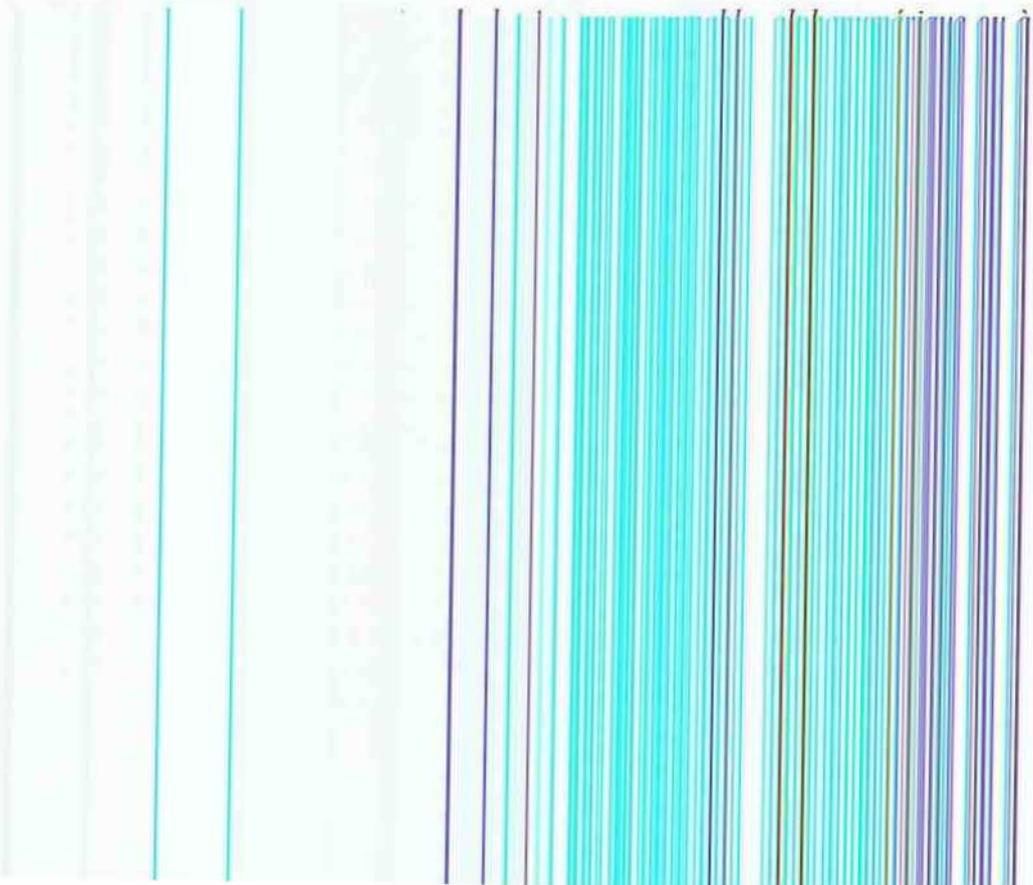
**SESSION 2016**

**AGRÉGATION  
CONCOURS EXTERNE**

**Section : PHYSIQUE – CHIMIE  
Option : PHYSIQUE**

**COMPOSITION DE PHYSIQUE**

**Durée : 5 heures**



# Lumière, polarisation et magnétochiralité

La polarisation de la lumière est un phénomène physique exploité dans de multiples applications de la vie courante : lunettes de soleil à verres polarisants, procédés de cinéma en relief, afficheurs à cristaux liquides... Ce phénomène intervient aussi au niveau d'un effet prévu par Pasteur (1822-1895) mais qui n'a été mis en évidence expérimentalement que récemment : l'effet de magnétochiralité.

## Éléments descriptifs des parties

- La première partie s'intéresse à des généralités sur la polarisation de la lumière sous l'angle de son aspect ondulatoire.
- La seconde partie constitue une approche de la polarisation rotatoire dans un milieu optiquement actif et met en évidence le rôle d'un double indice optique, particulièrement dans une expérience de polarimétrie.
- La troisième partie développe davantage l'analyse de la propagation d'onde en milieu chiral à partir d'une équation constitutive fournie. On déduit la biréfringence circulaire naturelle associée.
- La quatrième partie concerne l'effet de magnétochiralité, introduit de façon simplifiée par appui sur un théorème de Larmor et en prolongement de la partie précédente.
- La cinquième partie discute de la possibilité d'une détection optique expérimentale de l'effet de magnétochiralité (interféromètres passif de Mach-Zehnder et actif en anneau).
- La sixième partie présente un modèle mécanique d'une molécule chirale visant à justifier l'équation constitutive d'un milieu chiral introduite dans la troisième partie.
- La septième partie est une approche documentaire sur les notions de photon unique et de dualité onde-corpuscule qui fournissent un nouveau regard sur la lumière. Elle fait intervenir l'interféromètre de Mach-Zehnder déjà rencontré dans la cinquième partie.

*Ces différentes parties sont, dans une large mesure, indépendantes. Certaines questions font référence explicite à un ou plusieurs résultats fournis dans une partie antérieure ; ceux-ci sont alors directement utilisables par le candidat.*

## Données

Permittivité électrique du vide	$\epsilon_0 \simeq 8,9 \times 10^{-12} \text{ F} \cdot \text{m}^{-1}$
Perméabilité magnétique du vide	$\mu_0 \simeq 1,3 \times 10^{-6} \text{ H} \cdot \text{m}^{-1}$
Célérité de la lumière dans le vide	$c \simeq 3,0 \times 10^8 \text{ m} \cdot \text{s}^{-1}$
Charge élémentaire	$e \simeq 1,6 \times 10^{-19} \text{ C}$
Masse de l'électron	$m \simeq 9,1 \times 10^{-31} \text{ kg}$

Dans tout le sujet, l'air est assimilé au vide et les milieux étudiés sont linéaires.

## Notations générales

Dans toute la composition, on travaille avec des repères cartésiens ( $Oxyz$ ), directs droits, de vecteurs unitaires de base  $\vec{e}_x$ ,  $\vec{e}_y$  et  $\vec{e}_z$ .

On appelle « état - » et « état + » deux états de polarisation particuliers, identifiés dans la première partie. Les grandeurs relatives à un état - (resp. +) sont indicées par le signe - (resp. +).

À partir de la troisième partie, un exposant  $L$  (resp.  $D$ ) est attribué spécifiquement à des grandeurs relatives à des milieux chiraux dits de « type ( $L$ ) » (resp. « type ( $D$ ) »).

## Formulaire

$$\overrightarrow{\text{rot}}(\overrightarrow{\text{rot}} \vec{A}) = \overrightarrow{\text{grad}}(\text{div} \vec{A}) - \Delta \vec{A}$$

$$\Delta \vec{A} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 A_x}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_x}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 A_y}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_y}{\partial z^2} \\ \frac{\partial^2 A_z}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial y^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} \end{pmatrix}$$

$$\cos a + \cos b = 2 \cos \left( \frac{a+b}{2} \right) \cos \left( \frac{a-b}{2} \right)$$

$$\sin a - \sin b = 2 \cos \left( \frac{a+b}{2} \right) \sin \left( \frac{a-b}{2} \right)$$

# I – Polarisation de la lumière

## I.1 – Préliminaire

Les questions de cette section I.1 appellent des réponses concises et précises, si besoin avec des schémas et, dans tous les cas, *sans calcul ou formule mathématique*.

- 1 – Rappeler la définition générale d'une onde. Vérifier la cohérence de cette définition dans le cas de la propagation de la lumière dans le vide.
- 2 – Interpréter le phénomène de diffraction d'un faisceau lumineux parallèle par une ouverture en s'appuyant sur le modèle ondulatoire d'Huygens.
- 3 – Expliquer le concept de polarisation d'une onde lumineuse. Préciser les notions suivantes : polarisation rectiligne, polarisation circulaire droite, lumière non polarisée, polarisation partielle.
- 4 – Justifier l'absence de polarisation de la lumière émise par le Soleil. Décrire trois processus distincts permettant d'obtenir, à partir de celle-ci, une lumière de polarisation rectiligne (au moins partielle); pour chacun d'eux, fournir la direction de polarisation.

- 5 – Comparer les deux types de lunettes polarisantes suivants : lunettes de soleil et lunettes de cinéma en relief.

## I.2 – Onde électromagnétique polarisée dans le vide

On considère la théorie des ondes électromagnétiques de Maxwell, dans le cas particulier du vide.

- 6 – Exprimer les équations de Maxwell *dans un domaine vide de charges et de courants* et associer à chacune d'elles une signification physique.
- 7 – Établir les équations d'onde dans le vide suivies par les champs électrique et magnétique, puis les nommer.

Soit une onde électromagnétique monochromatique (pulsation  $\omega$ ) décrite par le champ électrique

$$\vec{E}_-(z, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x + E_0 \sin(\omega t - kz) \vec{e}_y, \quad (1)$$

où  $E_0$  et  $k$  sont des constantes réelles strictement positives.

- 8 – Identifier la direction et le sens de propagation de l'onde de champ électrique  $\vec{E}_-$ . Préciser, avec justifications, si cette onde est progressive et/ou plane et/ou transverse électrique.
- 9 – Obtenir la condition, portant sur  $k$  et  $\omega$ , pour laquelle le champ  $\vec{E}_-$  est physiquement acceptable dans le vide. Rappeler le nom usuel d'une telle condition.
- 10 – Définir la notion de vitesse de phase  $v_{\varphi}$ , puis l'expliciter pour cette onde dans le vide. Commenter le résultat.
- 11 – Déterminer l'état de polarisation de cette onde, appelé « état – », en fournissant sa dénomination complète (sens compris).
- 12 – On considère une autre onde électromagnétique dont le champ électrique  $\vec{E}_+$  diffère seulement de celui de l'onde précédente par un signe :

$$\vec{E}_+(z, t) = E_0 \cos(\omega t - kz) \vec{e}_x - E_0 \sin(\omega t - kz) \vec{e}_y. \quad (2)$$

Déterminer l'état de polarisation de cette onde, appelé « état + », en fournissant sa dénomination complète (sens compris).

## II – Polarisation rotatoire et activité optique

La polarisation rotatoire est la propriété qu'ont certaines substances de faire tourner la direction de polarisation d'une onde polarisée rectilignement qui les traverse. Ces substances sont dites **optiquement actives**.

## II.1 – Passage d'onde polarisée par un milieu à indice

L'onde d'état  $-$ , décrite par le champ électrique  $\vec{E}_-$  (formule (1) de la section I.2), arrive en incidence normale, depuis le domaine  $z < 0$ , sur un milieu  $\mathcal{M}$  compris entre les plans  $z = 0$  et  $z = d$  (figure 1). On admet la continuité du champ électrique sur ces interfaces. On néglige toute réflexion aux interfaces vide-milieu et milieu-vide.

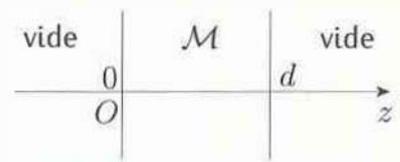


FIGURE 1 – Milieu  $\mathcal{M}$

L'onde  $\vec{E}'_-$  transmise dans le milieu  $\mathcal{M}$  a pour forme

$$\vec{E}'_-(z, t) = E'_{0,a} \cos(\omega t - k'_- z - \varphi_a) \vec{e}_x + E'_{0,b} \sin(\omega t - k'_- z - \varphi_b) \vec{e}_y,$$

avec  $E'_{0,a}$  et  $E'_{0,b}$  des constantes réelles positives et  $\varphi_a$  et  $\varphi_b$  dans l'intervalle  $[0, 2\pi[$ . La vitesse de phase  $v_{\varphi,-}$  de cette onde dans le milieu  $\mathcal{M}$  d'indice  $n_-$  est  $v_{\varphi,-} = c/n_-$ .

- 13 – Déterminer les constantes  $E'_{0,a}$ ,  $E'_{0,b}$ ,  $\varphi_a$  et  $\varphi_b$  compte tenu des caractéristiques de l'onde incidente.
- 14 – Obtenir  $k'_-$  en fonction de  $n_-$ ,  $\omega$  et  $c$ , puis en fonction de  $n_-$  et  $k$ .
- 15 – Montrer que l'expression du champ électrique  $\vec{E}''_-$  de l'onde émergeant dans le vide (domaine  $z > d$ ) est de la forme

$$\vec{E}''_-(z, t) = E''_{0,a} \cos(\omega t - k(z - d) - k n_- d) \vec{e}_x + E''_{0,b} \sin(\omega t - k(z - d) - k n_- d) \vec{e}_y.$$

Préciser les expressions de  $E''_{0,a}$  et  $E''_{0,b}$ .

- 16 – Comparer l'onde incidente et l'onde émergente. Justifier l'existence, ou non, d'un transfert d'énergie au milieu.

## II.2 – Théorie cinématique de Fresnel

Le milieu  $\mathcal{M}$  est optiquement actif : pour une onde d'état  $+$ , incidente depuis le domaine  $z < 0$  et décrite par le champ électrique  $\vec{E}_+$  (formule (2) de la section I.2), l'onde  $\vec{E}'_+$  transmise dans le milieu  $\mathcal{M}$  admet une vitesse de phase  $v_{\varphi,+} = c/n_+$  telle que  $v_{\varphi,+} \neq v_{\varphi,-}$ .

- 17 – Établir l'expression du champ électrique  $\vec{E}''_+$  de l'onde émergeant du milieu  $\mathcal{M}$ .

On envoie à présent sur le milieu  $\mathcal{M}$ , optiquement actif et linéaire, une onde plane progressive monochromatique polarisée rectilignement suivant  $(Ox)$  décrite par un champ électrique  $\vec{E}$ , depuis le domaine  $z < 0$ .

- 18 – Montrer qu'une telle onde peut être représentée par la superposition de deux ondes planes progressives monochromatiques d'états  $-$  et  $+$ . Justifier pourquoi cette décomposition est envisageable pour mener l'étude ondulatoire dans le milieu.

- 19 – En déduire l'expression du champ électrique  $\vec{E}^r$  de l'onde émergeant du milieu. Montrer qu'il s'agit d'une onde polarisée rectilignement dont la direction a tourné d'un angle

$$\beta = \frac{\omega d}{2c} (n_+ - n_-) \quad (3)$$

par rapport à la direction de polarisation de l'onde incidente  $\vec{E}$ . Préciser sur une figure l'orientation de cet angle.

- 20 – Montrer que le chemin optique ( $\Delta$ ) parcouru par l'onde dans le milieu est

$$(\Delta) = \frac{n_- + n_+}{2} d. \quad (4)$$

### II.3 – Expérience de polarimétrie avec du limonène

On considère le montage optique représenté (figure 2). Un faisceau parallèle de lumière blanche arrive en incidence normale sur un filtre interférentiel  $\mathcal{F}$  (longueur d'onde transmise  $\lambda_{\mathcal{F}} = 589,3 \pm 5,0 \text{ nm}$ ). Ce filtre est suivi d'un polariseur  $\mathcal{P}$  rectiligne, d'une cuve  $C$  de longueur intérieure  $d$  (de parois non optiquement actives) et d'un analyseur  $\mathcal{A}$  identique au polariseur  $\mathcal{P}$ . Cet analyseur permet d'étudier la polarisation du faisceau en sortie de la cuve.

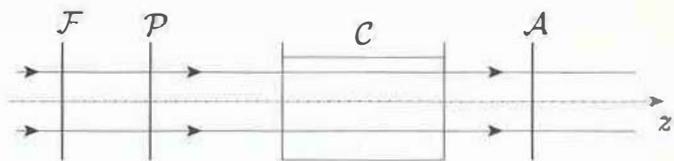


FIGURE 2 – Expérience de polarimétrie

On dispose, en quantité suffisante pour remplir la cuve, d'un liquide organique pur constitué de molécules de R-(+)-limonène. Ce liquide est optiquement actif naturellement et d'absorption négligeable dans le visible.

- 21 – Le polariseur  $\mathcal{P}$  et l'analyseur  $\mathcal{A}$  ont leurs axes de polarisation initialement croisés. Proposer une méthode de réalisation de cet état initial sachant que l'on ne connaît pas, *a priori*, la direction de chaque axe de polarisation.
- 22 – On constate qu'après remplissage de la cuve, l'extinction du faisceau émergent par l'analyseur est obtenue lorsque ce dernier a été tourné d'un angle de  $95,0 \pm 1,0^\circ$  (déterminé statistiquement). On fait l'hypothèse ( $\mathcal{H}$ ) qu'il s'agit de l'angle  $\beta$  de la formule (3). En déduire, avec son incertitude, la biréfringence circulaire naturelle  $n_+ - n_-$  du liquide, sachant que  $d = 10,0 \pm 0,2 \text{ cm}$ ; commenter.
- 23 – Discuter brièvement l'hypothèse ( $\mathcal{H}$ ) effectuée dans la question précédente et proposer une expérience complémentaire permettant de la valider.
- 24 – Expliquer l'intérêt du filtre interférentiel  $\mathcal{F}$  dans le dispositif. Il est possible de remplacer la source du faisceau parallèle de lumière blanche par une lampe spectrale usuelle, le reste du dispositif étant inchangé : préciser la nature de sa vapeur atomique.

### III – Biréfringence circulaire naturelle d'un milieu chiral

Un milieu chiral est constitué de molécules chirales; un tel milieu est optiquement actif.

On s'intéresse dans cette partie à la propagation d'ondes dans un milieu chiral de type (L) pur, par définition uniquement constitué de molécules identiques (L); en fin de partie seulement, on considère le cas d'un milieu chiral de type (D) pur dont les molécules sont les énantiomères de celles du milieu de type (L). Le but est d'exprimer la biréfringence circulaire naturelle d'un milieu chiral pour une équation constitutive donnée.

#### III.1 – Équation d'onde

Le milieu chiral de type (L), soumis à un champ électromagnétique monochromatique, réagit à ce champ en se polarisant. On caractérise cet effet par l'équation constitutive suivante, reliant le champ électrique  $\vec{E}$  dans le milieu au vecteur densité de polarisation  $\vec{P}$ ,

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} + \epsilon_0 \gamma^L \text{rot} \vec{E}, \quad (5)$$

où  $\chi$  et  $\gamma^L$  sont des grandeurs réelles uniformes et constantes, dépendant de la pulsation  $\omega$  du champ électromagnétique.

On admet que la description de la propagation d'une onde électromagnétique dans un milieu chiral de type (L) peut être traitée à l'échelle mésoscopique avec les équations de Maxwell, en prenant pour densité volumique de charge  $\rho = 0$  et pour vecteur densité de courant  $\vec{j} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$  où  $\vec{P}$  vérifie l'équation constitutive (5).

- 25 – Citer un exemple d'équation constitutive rencontrée dans un autre domaine de la physique. Expliquer pourquoi l'équation constitutive (5) est dite linéaire.
- 26 – Donner la définition du vecteur densité de polarisation  $\vec{P}$  en précisant son unité. Obtenir les dimensions des coefficients  $\chi$  et  $\gamma^L$ . Rappeler le nom usuel du coefficient  $\chi$ .
- 27 – Exposer l'origine de la relation  $\vec{j} = \frac{\partial \vec{P}}{\partial t}$ .
- 28 – Montrer que l'équation d'onde suivie par le champ électrique monochromatique est

$$\Delta \vec{E} = \frac{1}{c^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} \left[ (1 + \chi) \vec{E} + \gamma^L \text{rot} \vec{E} \right]. \quad (6)$$

Justifier si cette équation traduit un phénomène réversible ou irréversible.

#### III.2 – Indices et biréfringence circulaire naturelle dans le visible

- 29 – Soit une onde électromagnétique d'état – et de champ électrique

$$\vec{E}_-(z, t) = E_0 \cos(\omega t - k_-^L z) \vec{e}_x + E_0 \sin(\omega t - k_-^L z) \vec{e}_y,$$

se propageant dans le milieu de type ( $L$ ) avec  $k_-^L > 0$ . Expliquer pourquoi l'indice optique associé est  $n_-^L = k_-^L/k$ , si l'on pose  $k = \omega/c$ . Montrer que

$$(n_-^L)^2 = 1 + \chi + \gamma^L k n_-^L.$$

Indiquer pourquoi cette relation reste inchangée pour une onde d'état – se propageant en sens opposé.

- 30 – Le domaine spectral qui nous intéresse est celui du visible, pour lequel les milieux considérés sont tels que  $\chi \sim 1$  S.I. et  $|\gamma^L| \sim 10^{-12}$  S.I. (ordres de grandeur). En déduire que pour des ondes d'état – de pulsation  $\omega$  dans un milieu chiral de type ( $L$ ),

$$n_-^L(\omega) \simeq n(\omega) + \frac{\gamma^L(\omega)}{2} k, \quad (7)$$

où  $n(\omega)$  est à expliciter en fonction de  $\chi(\omega)$ .

- 31 – Montrer que, sous des conditions de validité identiques à celles de la formule (7) mais pour des ondes d'état + (défini dans la section I.2), l'indice optique est

$$n_+^L(\omega) \simeq n(\omega) - \frac{\gamma^L(\omega)}{2} k. \quad (8)$$

- 32 – On appelle *biréfringence circulaire naturelle* du milieu chiral de type ( $L$ ) la quantité  $\Delta n^L(\omega) = n_+^L(\omega) - n_-^L(\omega)$ . Estimer son ordre de grandeur, en valeur absolue, dans le domaine visible.

### III.3 – Cas d'un milieu chiral de type ( $D$ )

Dans un milieu chiral de type ( $D$ ), l'équation constitutive (5) est à modifier : la constante  $\chi$  est inchangée, mais la constante  $\gamma^L$  est à remplacer par une nouvelle constante  $\gamma^D$  telle que

$$\gamma^D(\omega) = -\gamma^L(\omega). \quad (9)$$

- 33 – Écrire les égalités respectées entre les indices  $n_-^L(\omega)$ ,  $n_+^L(\omega)$ ,  $n_-^D(\omega)$  et  $n_+^D(\omega)$ . Relier  $\Delta n^L(\omega)$  avec la biréfringence circulaire naturelle  $\Delta n^D(\omega) = n_+^D(\omega) - n_-^D(\omega)$  du milieu chiral de type ( $D$ ).

## IV – L'effet de magnétochiralité

On cherche dans cette partie à obtenir les indices optiques pour un milieu chiral placé cette fois-ci dans un champ magnétique statique uniforme  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ . Les ondes considérées se propagent systématiquement dans une direction parallèle à ce champ **dans toute la suite de la composition**.

On peut réaliser une approche semi-empirique du problème à l'aide de la physique classique en s'appuyant sur le théorème de Larmor, ce qui permet d'accéder à des résultats corrects en ordres de grandeur (des approches plus rigoureuses sont l'objet de recherches en cours et font généralement appel à la physique quantique).

## IV.1 – Théorème de Larmor

Un électron suit, dans un référentiel galiléen  $\mathcal{R}$ , une trajectoire circulaire, d'axe  $(Oz)$  et de rayon  $R$ , en raison d'un champ de force  $\vec{F}$ . On ajoute un champ magnétique statique uniforme  $\vec{B}_u = B_u \vec{e}_z$ , ce qui induit une modification de son mouvement.

34 – Rappeler la définition d'un référentiel galiléen.

35 – Soit le référentiel  $\mathcal{R}'$  tournant autour de  $(Oz)$  à la vitesse angulaire  $\vec{\omega}_{L,a} = \frac{e \vec{B}_u}{2m}$  par rapport au référentiel  $\mathcal{R}$ . On admet que, dans le cadre de la physique classique, le champ de force  $\vec{F}$  et le champ magnétique  $\vec{B}_u$  sont identiques dans les référentiels  $\mathcal{R}$  et  $\mathcal{R}'$ . Exprimer le théorème de la résultante cinétique (dit aussi théorème du centre d'inertie) appliqué à l'électron dans  $\mathcal{R}'$ .

36 – Donner l'expression du théorème de la résultante cinétique appliqué à l'électron dans le référentiel  $\mathcal{R}$  en l'absence du champ magnétique  $\vec{B}_u$ .

37 – Expliciter la condition pour laquelle les deux expressions précédentes sont formellement identiques. Dans le modèle de Bohr de l'atome d'hydrogène, le champ de force  $\vec{F}$  est créé par une charge ponctuelle  $+e$  située en  $O$ . Préciser l'ordre de grandeur de  $R$  pour l'orbite fondamentale et déduire que la condition précédente est généralement vérifiée pour les champs magnétiques  $\vec{B}_u$  appliqués en laboratoire.

38 – Montrer que les résultats obtenus sont en accord avec le théorème de Larmor :

« Pour un atome dans un champ magnétique  $\vec{B}_u$ , le mouvement des électrons est le même que le mouvement en l'absence de champ auquel se superpose une précession globale à la vitesse angulaire  $\vec{\omega}_{L,a} = \frac{e \vec{B}_u}{2m}$ . »

## IV.2 – Indices d'un milieu chiral en champ magnétique

On pose pour toute la suite du problème la pulsation de Larmor

$$\omega_L = \frac{e \vec{B}_0 \cdot \vec{u}}{2m} \quad (10)$$

relative au champ magnétique  $\vec{B}_0$  et au vecteur  $\vec{u}$  unitaire indiquant la direction et le sens de propagation de l'onde considérée (dans le cadre du problème,  $\vec{u}$  est égal soit à  $\vec{e}_z$ , soit à  $-\vec{e}_z$ ). La pulsation de Larmor  $\omega_L$ , ainsi définie est algébrique : son signe dépend à la fois de l'orientation du vecteur  $\vec{u}$  et de celle du champ magnétique  $\vec{B}_0$ .

De plus, on s'autorise la notation indicée combinée «  $\pm$  » permettant d'écrire notamment les relations (7) et (8) de la situation sans champ magnétique  $\vec{B}_0$  sous la forme unifiée

$$n_{\pm}^L(\omega) \simeq n(\omega) \mp \frac{\gamma^L(\omega)}{2} k. \quad (11)$$

On veillera à bien distinguer les notations «  $\pm$  » et «  $\mp$  » (signes permutés).

En présence du champ magnétique  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ , un milieu chiral, ici de type (L), n'admet plus pour indices optiques les indices  $n_{\pm}^L(\omega)$  (donnés par la formule (11)), mais des indices modifiés qui sont écrits, par approche semi-empirique, sous la forme

$$n_{\pm}^{L,\text{magn}}(\omega, \omega_L) \simeq n(\omega \pm \omega_L) \mp \frac{\gamma^L(\omega \pm \omega_L)}{2} k \quad (12)$$

en notation indicée combinée «  $\pm$  » où  $k$  conserve sa définition antérieure, c'est-à-dire  $k = \frac{\omega}{c}$ .

Dans les conditions d'étude, on adopte une pulsation  $\omega$  telle que  $\omega > |\omega_L|$ .

39 – En utilisant le théorème de Larmor et la formule (11), fournir une explication qualitative de l'origine des décalages de pulsation proposés dans la formule (12).

40 – Montrer que, pour les champs magnétiques statiques uniformes  $\vec{B}_0$  appliqués en laboratoire et pour des pulsations  $\omega$  dans le domaine visible, la formule (12) devient

$$n_{\pm}^{L,\text{magn}}(\omega, \omega_L) \simeq n(\omega) \pm \omega_L \frac{dn(\omega)}{d\omega} \mp \frac{\omega \gamma^L(\omega)}{2c} - \frac{\omega \omega_L}{2c} \frac{d\gamma^L(\omega)}{d\omega} \quad (13)$$

pour un milieu chiral de type (L).

Pour un milieu chiral de type (D), on accède à une formule analogue dont la démonstration n'est pas demandée. On peut donc écrire de façon unifiée pour un milieu chiral de type (Ty) (où Ty est L ou D) :

$$n_{\pm}^{Ty,\text{magn}}(\omega, \omega_L) \simeq n(\omega) \pm \omega_L \frac{dn(\omega)}{d\omega} \mp \frac{\omega \gamma^{Ty}(\omega)}{2c} - \frac{\omega \omega_L}{2c} \frac{d\gamma^{Ty}(\omega)}{d\omega} \quad (14)$$

Pour rappel, les coefficients  $\gamma^L(\omega)$  et  $\gamma^D(\omega)$  sont de signes opposés (relation (9)).

### IV.3 – Termes d'activité optique ; terme magnétochiral

41 – La formule (14) contient quatre termes dont deux conduisent au phénomène d'activité optique. Indiquer, d'une part, le terme qui caractérise l'activité optique naturelle par effet de chiralité et, d'autre part, celui qui caractérise l'activité optique magnétique en milieu non chiral (terme de Faraday). Justifier la dénomination « terme magnétochiral » attribuée au dernier terme de la formule (14).

42 – Étudier la dépendance du terme magnétochiral avec l'état + ou – de polarisation. Conclure sur la possibilité de détection de ce terme par une expérience de polarimétrie du type de celle présentée dans la sous-partie II.3, en présence d'un champ magnétique statique uniforme  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$ .

43 – On considère une onde monochromatique se propageant selon un vecteur unitaire  $\vec{u}$  parallèle au champ magnétique  $\vec{B}_0$ , avec un état de polarisation donné (+ ou –). Examiner la dépendance du terme magnétochiral avec le sens de  $\vec{B}_0$  par rapport à celui de  $\vec{u}$ , ainsi que celle de chacun des deux termes d'activité optique.

## IV.4 – Ordres de grandeur pour le limonène

Le milieu de type (*L*) est un liquide organique pur de l'énantiomère R-(+)-limonène.

- 44 – Grâce à des mesures au réfractomètre, on évalue sur le domaine visible  $n(\omega) \simeq 1,47$  et  $dn/d\omega \sim 10^{-17} \text{ s} \cdot \text{rad}^{-1}$ . Estimer l'ordre de grandeur, en valeur absolue, du terme de Faraday pour un champ magnétique d'intensité  $B_0 = 1 \text{ T}$ .
- 45 – Des mesures de polarimétrie permettent de relever l'angle  $\beta$  (formule (3)) sur une longueur  $d = 10 \text{ cm}$  de milieu traversé, en l'absence de champ magnétique, pour quelques longueurs d'onde. Les résultats sont consignés sur la figure 3 (avec une courbe de tendance en pointillés). En déduire l'ordre de grandeur, en valeur absolue, du terme magnétochiral du limonène pour la longueur d'onde  $\lambda \simeq 600 \text{ nm}$  et dans un champ magnétique d'intensité  $B_0 = 1 \text{ T}$ . Effectuer une comparaison avec les deux termes d'activité optique et conclure.

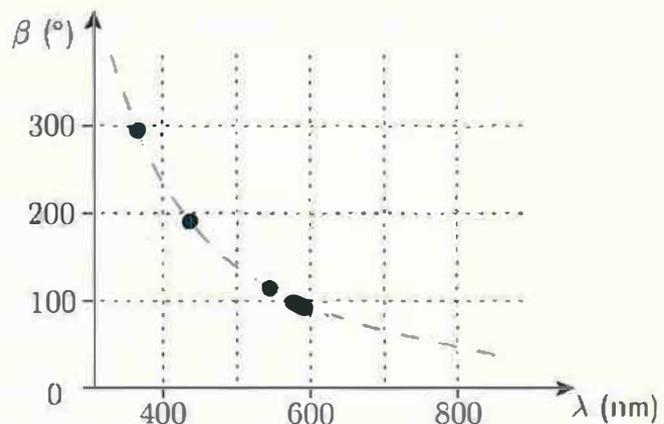


FIGURE 3 – Évolution de l'angle  $\beta$  en fonction de la longueur d'onde  $\lambda$  pour le R-(+)-limonène (données d'après T. Ruchon, thèse, Université de Rennes 1 (2005))

*Cette question, peu guidée, peut demander un certain temps de résolution. Le candidat est invité à expliciter soigneusement les diverses étapes de sa démarche.*

## V – Comment détecter l'effet de magnétochiralité ?

Dans cette partie, on souhaite apporter une réponse à la problématique de la détection expérimentale de l'effet de magnétochiralité. Les milieux chiraux considérés sont constitués à chaque fois d'un énantiomère pur du limonène et sont placés dans des champs magnétiques d'intensité  $B_0 = 1 \text{ T}$ .

### V.1 – Réalisation du champ magnétique

On s'intéresse à la réalisation d'un champ magnétique uniforme permanent d'intensité  $B_0 = 1 \text{ T}$  sur une zone libre d'une taille de l'ordre du centimètre. Un tel champ est en effet utile pour produire l'effet de magnétochiralité au niveau d'une cuve contenant un milieu chiral dans cette zone.

Un dispositif proposé pour réaliser le champ est un solénoïde de longueur  $L_s = 0,1 \text{ m}$ , de diamètre  $D_s = 5 \text{ cm}$  et constitué d'un enroulement simple avec un fil de cuivre de diamètre  $d_s = 1 \text{ mm}$ . On donne la conductivité du cuivre  $\sigma = 6 \times 10^7 \text{ S} \cdot \text{m}^{-1}$ .

- 46 – Évaluer, en justifiant les approximations jugées utiles au calcul, l'intensité  $I$  du courant électrique que l'on doit utiliser pour obtenir un champ magnétique d'intensité  $B_0 = 1 \text{ T}$  au cœur du solénoïde.
- 47 – Calculer la résistance électrique du solénoïde et en déduire la puissance qu'il dissipe. Expliquer pourquoi et comment on doit améliorer le dispositif afin de réaliser le champ souhaité.

## V.2 – Interféromètre de Mach-Zehnder

On considère le système interférométrique de Mach-Zehnder, représenté sur la figure 4 et constitué des éléments suivants :

- une source lumineuse  $S$  supposée ponctuelle, monochromatique de longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide, non polarisée et placée au foyer objet  $F$  d'une lentille convergente  $\mathcal{L}$  ;
- un polariseur  $\mathcal{P}$ , polarisant la lumière incidente orthogonalement au plan de la figure ;
- un interféromètre de Mach-Zehnder possédant des miroirs  $M_1$ ,  $M_2$  et des séparatrices  $S_1$ ,  $S_2$  réglés à  $45^\circ$  de l'axe horizontal ( $Oz$ ) ;
- une lame isotrope à faces parallèles, orthogonale à l'axe ( $Oz$ ), d'épaisseur  $\ell$  et d'indice de réfraction  $n$  uniforme, traitée anti-reflets (les réflexions sur ses dioptries d'entrée et de sortie sont négligeables) ;
- un plan de détection centré en  $O$ .

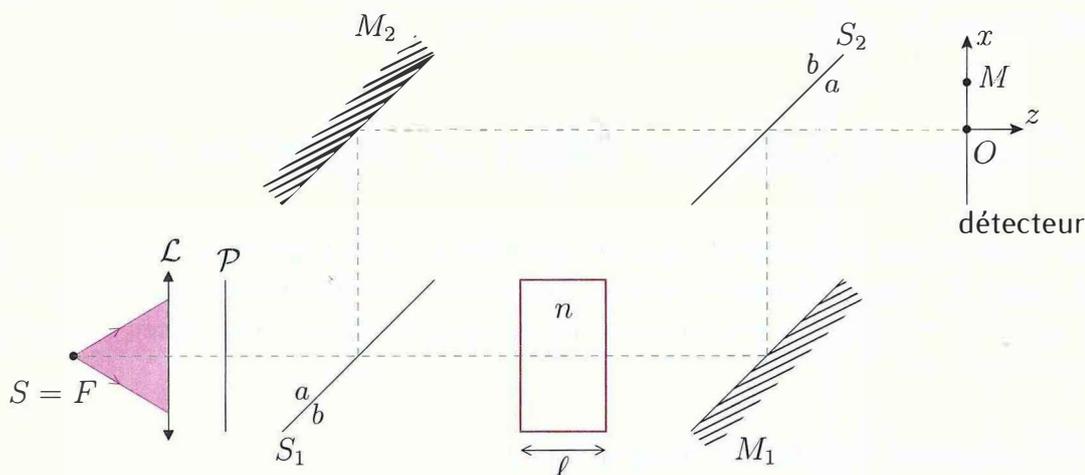


FIGURE 4 – Interféromètre de Mach-Zehnder avec lame

- 48 – Représenter sur un dessin les trajets suivis dans chacun des deux bras de l'interféromètre par les chemins de phase qui parviennent en un point  $M$ , d'abscisse  $x$  et différent du point  $O$ , sur le plan de détection. Préciser, avec justification mais sans calcul, la dépendance en  $x$  de l'intensité optique détectée.

On note  $I_0$  l'intensité optique du faisceau lumineux juste après le polariseur  $\mathcal{P}$ . Les séparatrices  $S_1$  et  $S_2$ , identiques, possèdent un coefficient de transmission  $t_s$  (en amplitude) et des coefficients de réflexion (en amplitude)  $r_a$  ou  $r_b = -r_a$  pour une onde arrivant en incidence du côté de la face  $a$  ou du côté de la face  $b$ , respectivement (figure 4). Tous ces coefficients  $t_s$ ,  $r_a$  et  $r_b$  sont réels. Le coefficient de réflexion (en amplitude) sur chacun des deux miroirs identiques est complexe et est noté  $\underline{r}_m$ .

49 – Montrer que l'intensité optique  $I_z$  sur le détecteur vérifie la relation

$$I_z(\varphi) = I_0' (1 + \cos \varphi)$$

où  $I_0'$  est une constante et  $\varphi$  est une phase, toutes deux à exprimer en fonction des paramètres de l'expérience.

50 – Expliciter l'intensité optique  $I_x$  du faisceau lumineux qui émerge de la séparatrice  $S_2$  en se propageant selon la direction et le sens de l'axe  $(Ox)$  (on pourra réaliser un schéma de cette situation). Vérifier que la conservation de l'énergie lumineuse est assurée lorsque les deux conditions

$$|\underline{r}_m| = 1 \quad \text{et} \quad t_s^2 + r_a^2 = 1$$

sont remplies. Préciser les significations physiques de ces deux conditions.

### V.3 – Évaluation d'une méthode interférométrique passive

Dans le système interférométrique précédent, la lame isotrope est ôtée et des cuves  $C_1$ ,  $C_1'$ ,  $C_2$  et  $C_2'$  identiques, de longueurs intérieures  $d_i$  et de parois (non absorbantes et non optiquement actives) orthogonales à l'axe  $(Oz)$ , sont introduites dans les bras de l'interféromètre de Mach-Zehnder, de la façon montrée sur la figure 5.

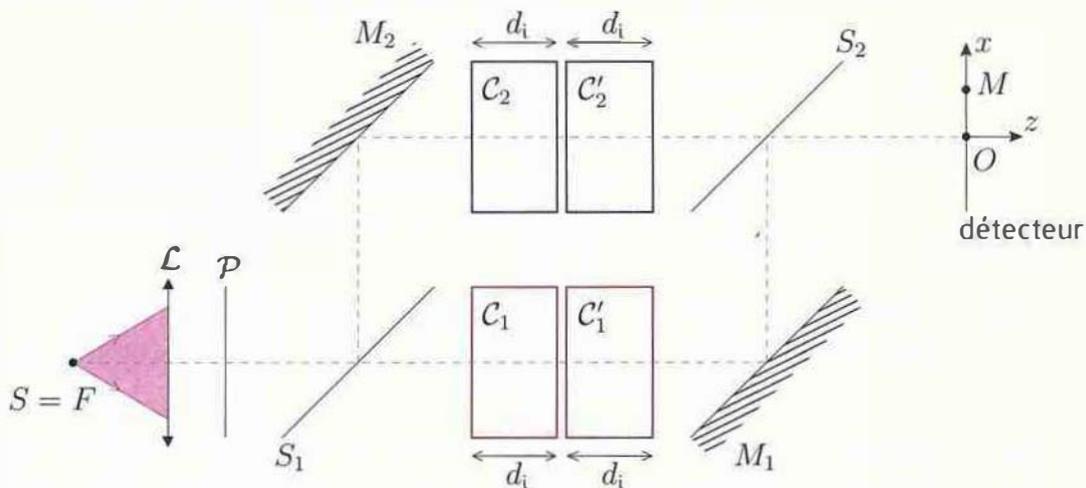


FIGURE 5 – Interféromètre passif

51 – On note toujours  $I_0$  l'intensité optique du faisceau lumineux juste après le polariseur  $\mathcal{P}$ . Expliciter l'intensité optique sur le détecteur lorsque les cuves sont toutes ouvertes à l'air libre. Spécifier s'il y a interférence sur le détecteur.

Les cuves sont maintenant remplies avec les deux formes énantiomères pures du limonène, notées (*L*) et (*D*), et placées dans des champs magnétiques uniformes statiques d'intensité  $B_0 = 1 \text{ T}$ , avec les conditions suivantes :

- la cuve  $C_1$  contient le liquide de type (*L*) dans un champ  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$  ;
- la cuve  $C'_1$  contient le liquide de type (*D*) dans un champ  $-\vec{B}_0$  ;
- la cuve  $C_2$  contient le liquide de type (*D*) dans le champ  $\vec{B}_0$  ;
- la cuve  $C'_2$  contient le liquide de type (*L*) dans le champ  $-\vec{B}_0$ .

Compte tenu des formules (14) et (9) et du dispositif, les indices optiques des contenus de chaque cuve pour les états + et - peuvent être écrits comme précisé dans le tableau 1.

Cuve	Indice $n_+$	Indice $n_-$
$C_1$	$n_{1,+} = n_0 + n_c + n_m + n_{mc}$	$n_{1,-} = n_0 - n_c - n_m + n_{mc}$
$C'_1$	$n_{1',+} = n_0 - n_c - n_m + n_{mc}$	$n_{1',-} = n_0 + n_c + n_m + n_{mc}$
$C_2$	$n_{2,+} = n_0 - n_c + n_m - n_{mc}$	$n_{2,-} = n_0 + n_c - n_m - n_{mc}$
$C'_2$	$n_{2',+} = n_0 + n_c - n_m - n_{mc}$	$n_{2',-} = n_0 - n_c + n_m - n_{mc}$

TABLEAU 1 – Indices  $n_+$  et  $n_-$  relatifs aux cuves  $C_1$ ,  $C'_1$ ,  $C_2$  et  $C'_2$

On cherche à détecter le terme magnétochiral  $n_{mc}$  du limonène. On adopte les estimations suivantes, pour une longueur d'onde  $\lambda = 488 \text{ nm}$ , des divers indices optiques dans cette situation :  $n_0 \simeq 1,47$ ,  $|n_c| \sim 10^{-6}$ ,  $|n_m| \sim 10^{-6}$  et  $|n_{mc}| \sim 10^{-11}$ .

On utilisera à profit les formules (3) et (4).

- 52 – Déterminer précisément l'état de polarisation des ondes juste après les cuves  $C'_1$  et  $C'_2$ . Indiquer quel est le degré de cohérence de polarisation des ondes issues de chacun des bras de l'interféromètre et comment ce dernier est modifié en l'absence des cuves  $C'_1$  et  $C'_2$ . Justifier en conséquence leur présence.
- 53 – Exprimer la différence de marche  $\delta$  sur le détecteur, entre les ondes issues de chacun des bras, en fonction de la longueur intérieure  $d_i$  de chaque cuve et des indices judicieux parmi  $n_0$ ,  $n_c$ ,  $n_m$  et  $n_{mc}$ . Commenter le résultat.
- 54 – Estimer la variation relative d'intensité au niveau du détecteur lorsqu'on établit le champ magnétique sur chaque cuve, sachant que  $d_i = 1 \text{ cm}$ . Conclure sur la pertinence de ce dispositif pour détecter et mesurer le terme magnétochiral  $n_{mc}$ .

#### V.4 – Évaluation d'une méthode interférométrique active

On considère le système interférométrique actif de la figure 6, constitué des éléments suivants :

- trois miroirs idéaux  $M_1$ ,  $M_2$ ,  $M_3$  et un miroir partiellement réfléchissant  $M_4$ , formant une structure en anneau rectangulaire;
- un milieu amplificateur  $\mathcal{G}$  qui ne modifie pas la polarisation;
- un polariseur  $\mathcal{P}$ , polarisant la lumière orthogonalement au plan de la figure;
- un système étalon  $\mathcal{E}$  de bande passante suffisamment étroite pour réaliser la sélection d'un seul mode pour chaque sens de propagation des ondes dans l'anneau, autour d'une longueur d'onde  $\lambda = 488 \text{ nm}$  (un mode en sens horaire, donnant un faisceau en sortie  $S_h$ , et un mode en sens trigonométrique, donnant un faisceau en sortie  $S_t$ );
- des cuves  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}'_1$  identiques, de longueurs intérieures  $d_i = 1 \text{ cm}$ , de parois non absorbantes et non optiquement actives.

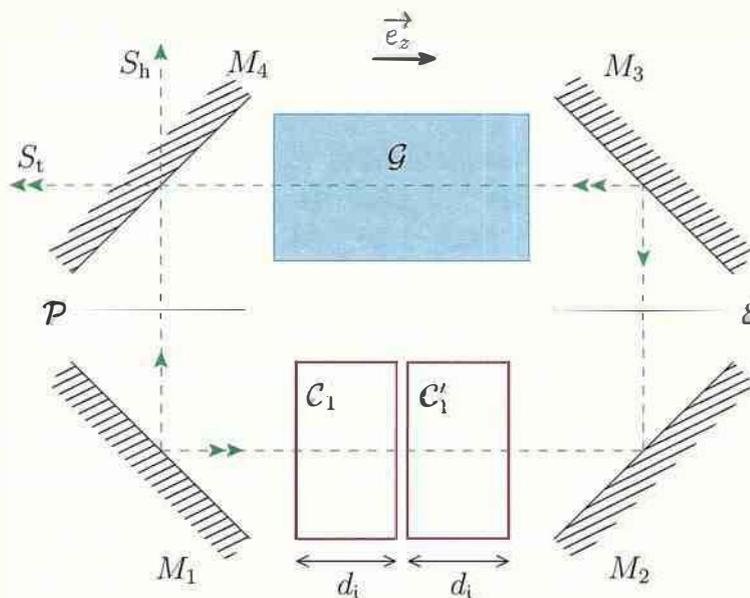


FIGURE 6 – Interféromètre actif

- 55 – Rappeler en quelques lignes, schéma(s) à l'appui et sans calcul, le principe de fonctionnement d'un laser à cavité linéaire de longueur  $L_c$ . Expliquer pourquoi les modes ont nécessairement les fréquences  $\nu_p = p \frac{c}{2L_c}$  (avec  $p \in \mathbb{N}^*$ ).
- 56 – On considère l'interféromètre actif avec les cuves  $\mathcal{C}_1$  et  $\mathcal{C}'_1$  vides et ouvertes à l'air libre. Son périmètre optique  $L_a$  est le chemin optique total sur un tour, tenant compte des réflexions sur les miroirs et des divers éléments placés dans la cavité (milieu amplificateur, polariseur, système étalon et parois des cuves). Expliciter la relation fixant la longueur d'onde  $\lambda$  des faisceaux récupérés sur les sorties  $S_t$  et  $S_h$  en fonction de  $L_a$  et du numéro de mode  $g$  (entier).

Les cuves sont maintenant remplies avec les deux formes énantiomères pures du limonène, notées ( $L$ ) et ( $D$ ), et placées dans des champs magnétiques uniformes statiques d'intensités  $B_0 = 1 \text{ T}$ , avec les conditions suivantes :

- la cuve  $C_1$  contient le liquide de type (L) dans un champ  $\vec{B}_0 = B_0 \vec{e}_z$  ;
- la cuve  $C'_1$  contient le liquide de type (D) dans un champ  $-\vec{B}_0$ .

Compte tenu des formules (14) et (9) et du dispositif, les indices optiques des contenus de chaque cuve pour les états + et - peuvent être écrits comme précisé dans le tableau 2, selon le sens de parcours considéré.

Cuve	Sens	Indice $n_+$	Indice $n_-$
$C_1$	horaire	$n_{1,+h} = n_0 + n_c + n_m + n_{mc}$	$n_{1,-h} = n_0 - n_c - n_m + n_{mc}$
$C'_1$	horaire	$n_{1',+h} = n_0 - n_c - n_m + n_{mc}$	$n_{1',-h} = n_0 + n_c + n_m + n_{mc}$
$C_1$	trigonométrique	$n_{1,+t} = n_0 + n_c - n_m - n_{mc}$	$n_{1,-t} = n_0 - n_c + n_m - n_{mc}$
$C'_1$	trigonométrique	$n_{1',+t} = n_0 - n_c + n_m - n_{mc}$	$n_{1',-t} = n_0 + n_c - n_m - n_{mc}$

TABLEAU 2 – Indices  $n_+$  et  $n_-$  relatifs aux cuves  $C_1$  et  $C'_1$  suivant le sens de parcours

On cherche à détecter le terme magnétochiral  $n_{mc}$  du limonène. On conserve les estimations utilisées dans la sous-partie V.3 pour les divers indices à la longueur d'onde  $\lambda = 488 \text{ nm}$  :  $n_0 \simeq 1,47$ ,  $|n_c| \sim 10^{-6}$ ,  $|n_m| \sim 10^{-6}$  et  $|n_{mc}| \sim 10^{-11}$ . De plus, le périmètre optique de l'interféromètre actif est  $L_a = 3,6 \text{ m}$ .

- 57 – Exprimer la longueur d'onde  $\lambda_h$  du faisceau obtenu sur la sortie  $S_h$  en fonction de  $L_a$ ,  $d_i$ ,  $n_0$ ,  $n_{mc}$  et d'un entier  $q_h$  (numéro de mode en sens horaire).
- 58 – Exprimer la longueur d'onde  $\lambda_t$  du faisceau obtenu sur la sortie  $S_t$  en fonction de  $L_a$ ,  $d_i$ ,  $n_0$ ,  $n_{mc}$  et d'un entier  $q_t$  (numéro de mode en sens trigonométrique).
- 59 – En déduire le décalage en longueur d'onde  $\Delta\lambda = \lambda_h - \lambda_t$  en fonction de  $n_{mc}$ ,  $d_i$ ,  $\lambda$  et  $L_a$ , sachant que le système étalon  $\mathcal{E}$  permet de fixer  $q = q_h = q_t$ .
- 60 – Évaluer l'ordre de grandeur du décalage fréquentiel absolu  $\Delta\nu$  correspondant à  $\Delta\lambda$ . Conclure sur la possibilité de mesure de ce décalage, et donc du terme magnétochiral  $n_{mc}$ , tout en décrivant un protocole de détermination de  $\Delta\nu$  sachant que les faisceaux des sorties  $S_h$  et  $S_t$  sont cohérents entre eux.

## VI – Équation constitutive d'un milieu chiral

Une approche élémentaire de l'activité optique a été proposée en 1930 par Kuhn pour des édifices moléculaires et on en présente ici une version simplifiée. Elle fournit notamment un fondement théorique pour l'équation constitutive (5) d'un milieu chiral.

On choisit un trièdre direct ( $Oxyz$ ), fixe dans le référentiel supposé galiléen de l'étude. Une molécule chirale de type (L) interagit avec le champ électromagnétique d'une onde lumineuse (de même expression que dans le vide). On admet que cette interaction est bien décrite si chaque molécule est remplacée par un système de deux oscillateurs harmoniques (1) et (2) sous diverses configurations représentées sur la figure 7.

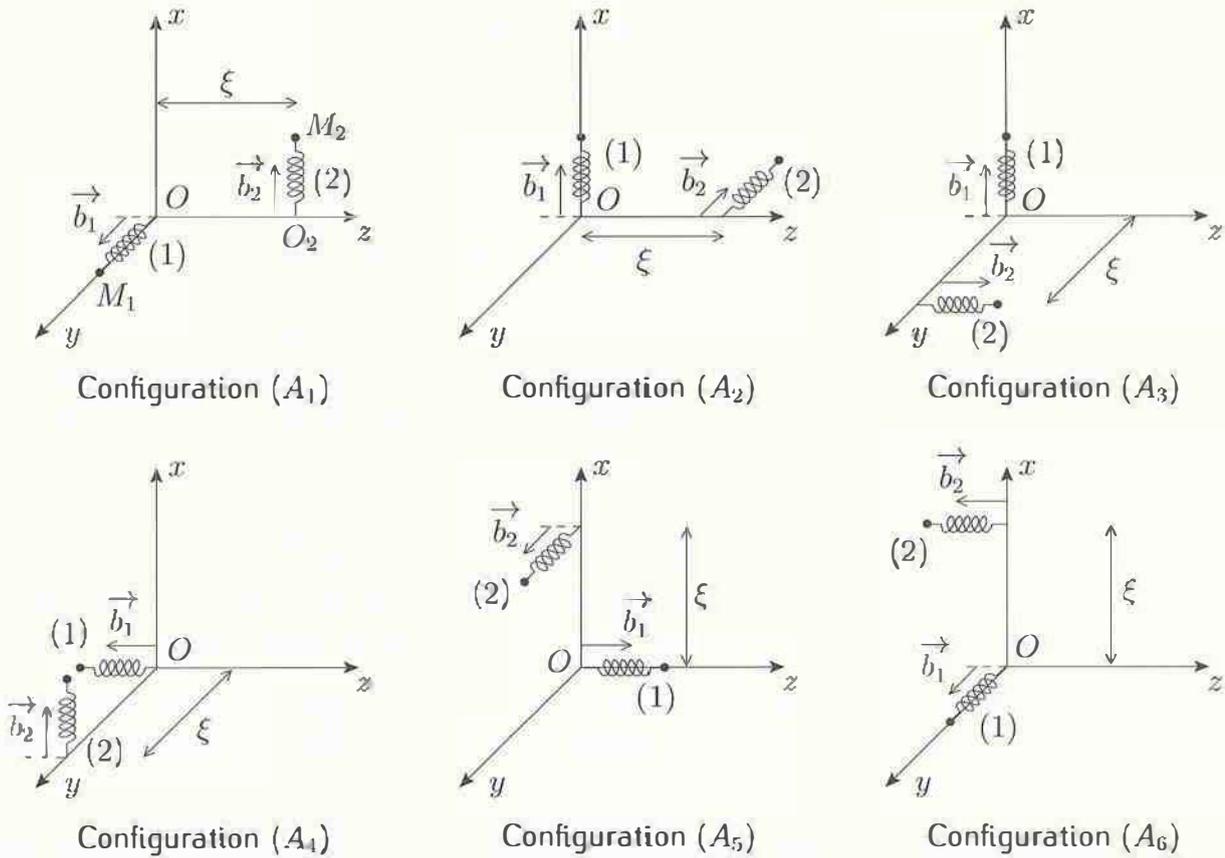


FIGURE 7 – Configurations du modèle de Kuhn simplifié pour un milieu chiral de type (L)

Les éléments de modélisation sont les suivants :

- Les deux oscillateurs harmoniques sont identiques et leurs points d'attache  $O_1$  et  $O_2$  sont distants de  $\xi$ . Le point  $O_1$  correspond à l'origine  $O$  du repère.
- Chaque oscillateur est constitué d'un ressort sans masse de raideur  $k_0$ , de longueur à vide nulle, au bout duquel est attaché un électron de masse  $m$  et de charge  $-e$ . L'électron de l'oscillateur (1) (resp. (2)) est repéré par le point  $M_1$  (resp.  $M_2$ ).
- Le poids de chaque électron est négligé.
- On suppose que chaque molécule chirale ne peut adopter que six orientations possibles ( $A_i, i = 1, 2, \dots, 6$ ) dans le trièdre  $(Oxyz)$ . Ces configurations sont représentées sur la figure 7, où les vecteurs  $\vec{b}_1$  et  $\vec{b}_2$  sont unitaires et indiquent les directions d'oscillation de chaque oscillateur. Pour chaque configuration, les vecteurs  $\vec{b}_1$  et  $\vec{b}_2$  sont fixes.
- On suppose que les configurations  $(A_i)$  sont équiprobables.
- On pose  $\vec{r}_1 = \overrightarrow{O_1 M_1} = r_1 \vec{b}_1$  et  $\vec{r}_2 = \overrightarrow{O_2 M_2} = r_2 \vec{b}_2$ .
- On ne tient pas compte de l'interaction entre les électrons des oscillateurs. Par contre, les oscillateurs sont couplés par des actions internes à la molécule. On modélise la force de couplage subie par l'oscillateur (1) par la loi

$$\vec{F}_{c1} = -m \Omega^2 r_2 \vec{b}_1.$$

De même, la force de couplage subie par l'oscillateur (2) est

$$\vec{F}_{c2} = -m \Omega^2 r_1 \vec{b}_2.$$

$\Omega$  est une constante réelle positive.

## VI.1 – Moment dipolaire induit dans la configuration ( $A_1$ )

*On ne considère que la configuration ( $A_1$ ) du modèle de Kuhn simplifié pour le moment.*

Une onde électromagnétique plane progressive monochromatique (pulsation  $\omega$ ) polarisée parallèlement à l'axe ( $Ox$ ), se propageant selon l'axe ( $Oz$ ), interagit avec les oscillateurs (1) et (2). Le champ électrique de cette onde est noté  $\vec{E}(z, t) = E(z, t) \vec{e}_x$ .

- 61 – Mettre en évidence sur un schéma les forces électriques et magnétiques agissant sur chaque oscillateur. Trouver la condition usuelle pour laquelle l'amplitude de la force magnétique due à l'onde sur une charge est négligeable devant celle de la force électrique (faisant intervenir la vitesse de phase  $v_\varphi$  supposée de l'ordre de  $c$ ).
- 62 – Dans le cadre de la dynamique classique non relativiste, expliciter les équations différentielles couplées du mouvement vérifiées par  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$ . Les écrire sous forme simplifiée en posant  $\omega_0 = \sqrt{k_0/m}$ .
- 63 – On s'intéresse aux solutions en régime sinusoïdal forcé à la pulsation  $\omega$ . Montrer que

$$\begin{pmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} 0 \\ -\frac{e}{m} E(\xi, t) \end{pmatrix}$$

où  $M$  est une matrice  $2 \times 2$  dont les coefficients sont à expliciter en fonction de  $\omega_0$ ,  $\Omega$  et  $\omega$ .

- 64 – On suppose que lorsque les oscillateurs sont tous deux au repos, la molécule ne présente pas de moment dipolaire. Exprimer le moment dipolaire  $\vec{p}_1(t)$  induit par l'onde pour la configuration ( $A_1$ ), en fonction de  $e$ ,  $r_1(t)$  et  $r_2(t)$ . En déduire  $\vec{p}_1(t)$  en fonction de  $e$ ,  $m$ ,  $\Omega$ ,  $\omega$ ,  $\omega_0$  et  $E(\xi, t)$ .

## VI.2 – Moment dipolaire induit dans les autres configurations

Toujours en présence de l'onde de champ électrique  $\vec{E}(z, t) = E(z, t) \vec{e}_x$ , on peut montrer que toutes les configurations ( $A_i$ ) vérifient la relation suivante, à ne pas chercher à démontrer et où la matrice  $M$  est celle de la question 63 :

$$\begin{pmatrix} r_1(t) \\ r_2(t) \end{pmatrix} = M^{-1} \begin{pmatrix} -\frac{e}{m} \vec{E}(M_1, t) \cdot \vec{b}_1 \\ -\frac{e}{m} \vec{E}(M_2, t) \cdot \vec{b}_2 \end{pmatrix}. \quad (15)$$

65 – Montrer que la configuration ( $A_2$ ) donne un moment dipolaire  $\vec{p}_2(t)$  induit par l'onde

$$\vec{p}_2(t) = \frac{e^2}{m} \frac{E(0, t)}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \begin{pmatrix} \omega^2 - \omega_0^2 \\ -\Omega^2 \\ 0 \end{pmatrix}.$$

66 – Donner, avec justification, la valeur du moment dipolaire induit dans les configurations ( $A_5$ ) et ( $A_6$ ).

On donne l'expression (utile pour la suite) des moments dipolaires induits  $\vec{p}_3(t)$  et  $\vec{p}_4(t)$  pour les configurations ( $A_3$ ) et ( $A_4$ ), obtenus par un calcul *non demandé* :

$$\vec{p}_3(t) = \vec{p}_4(t) = \frac{e^2}{m} \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} E(0, t) \vec{e}_x.$$

### VI.3 – Densité de polarisation du milieu chiral

Le milieu chiral étudié comporte  $N$  molécules par unité de volume, qui prennent les six configurations ( $A_i$ ) possibles de façon équiprobable. Il se polarise sous l'effet du champ électrique de l'onde.

67 – On considère des ondes dans le domaine du visible (longueur d'onde  $\lambda$  dans le vide) et  $\xi$  est de l'ordre de la taille d'une molécule du milieu chiral. Comparer  $\xi$  avec  $\lambda$  et conclure.

68 – Soit une onde électromagnétique plane progressive polarisée, monochromatique de pulsation  $\omega$ , de la forme  $\vec{E}(M, t) = E(z, t) \vec{e}_x$ , se propageant dans le milieu. Montrer, à l'aide des résultats issus du modèle de Kuhn simplifié, que le vecteur densité de polarisation en un point  $M(x, y, z)$  du milieu est relié au champ électrique par

$$\vec{P}(M, t) \simeq \epsilon_0 \chi \begin{pmatrix} E(z, t) \\ 0 \\ 0 \end{pmatrix} + \epsilon_0 \gamma^L \begin{pmatrix} 0 \\ \frac{\partial E(z, t)}{\partial z} \\ \bullet \end{pmatrix},$$

$$\text{avec } \chi = \frac{2 N e^2}{3 m \epsilon_0} \frac{\omega^2 - \omega_0^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2} \quad \text{et} \quad \gamma^L = \frac{N e^2 \xi}{6 m \epsilon_0} \frac{\Omega^2}{\Omega^4 - (\omega_0^2 - \omega^2)^2}.$$

69 – Un raisonnement par superposition *non demandé* permet, dans le cas d'une onde incidente plane progressive monochromatique d'incidence et de polarisation quelconques, de déduire l'équation constitutive (5) du milieu chiral de type ( $L$ )

$$\vec{P} = \epsilon_0 \chi \vec{E} + \epsilon_0 \gamma^L \text{rot} \vec{E},$$

où les expressions de  $\chi$  et  $\gamma^L$  restent celles de la question 68. Discuter la validité de ce résultat pour une onde monochromatique ni progressive ni plane.

## VI.4 – Cas d'un milieu chiral de type ( $D$ )

- 70 – Proposer une modification du modèle de Kuhn simplifié précédent permettant de décrire un milieu chiral de type ( $D$ ).
- 71 – En déduire une démonstration de l'égalité (9). On pourra, afin d'éviter de longs calculs, utiliser directement l'équation constitutive (5) et étudier sa transformation par une symétrie-miroir.

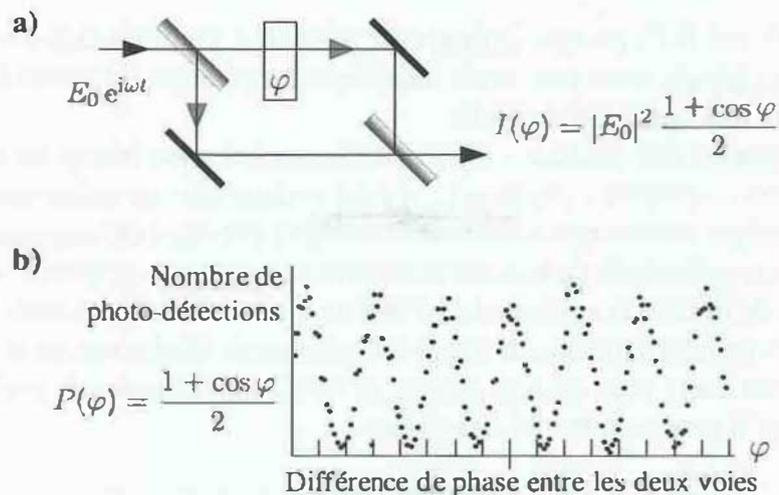
## VII – Approche documentaire : photons uniques

Une expérience utilisant un interféromètre de Mach-Zehnder a été envisagée dans la partie V de la composition. Or il s'avère que cet interféromètre est un instrument de choix en optique quantique. Des éléments intéressants à ce sujet sont exposés dans un article des *Images de la physique 2006*, disponible en accès libre sur l'Internet depuis l'adresse <http://www.cnrs.fr/publications/imagesdelaphysique> (référence complète : I. Robert-Philip, A. Browaeys et G. Messin, « Photons indiscernables : qui se ressemble s'assemble », *Images de la physique 2006*, pp. 106-112). Le document suivant, constitué d'extraits du début de cet article, présente la notion d'interférences à photons uniques. Les questions se situent à la suite de celui-ci.

### Photons uniques : dualité onde-corpuscule

En termes ondulatoires, les effets d'interférence qui sont observés dans un interféromètre à deux ondes tel qu'un interféromètre de Michelson ou de Mach-Zehnder s'expliquent de la façon suivante (*figure 1a*) : lorsqu'une onde lumineuse rencontre une lame semi-réfléchissante, elle se divise en deux (une partie transmise et une partie réfléchie) et lorsque ces deux ondes sont recombinaées en arrivant sur une seconde lame semi-réfléchissante, l'intensité observée après l'une des faces de la lame est égale au carré de la somme des champs représentant ces deux ondes ; le phénomène d'interférence se manifeste par le fait que cette intensité présente, à la sortie de l'interféromètre, une oscillation en fonction de la différence de phase relative accumulée par les deux ondes lors de leur propagation selon deux chemins différents. En faisant varier cette phase, on voit défiler des franges alternativement sombres et brillantes.

Supposons maintenant que nous disposons d'une source produisant des impulsions lumineuses ne contenant qu'un seul photon. [...] Que se passe-t-il si, au lieu d'alimenter l'interféromètre avec une onde lumineuse classique, on utilise cette source de photons uniques ? L'expérience montre qu'un détecteur sensible au photon unique, placé à la sortie de l'interféromètre, ne pourra fournir que deux résultats possibles de mesure : ou bien un photon a été détecté ou bien aucun photon n'a été détecté. En répétant l'opération un grand nombre de fois, photon par photon, et en faisant varier la différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre, on observera que la probabilité de détecter le photon oscille exactement de la même façon que le signal d'interférence obtenu avec une onde classique dans les mêmes conditions (*figure 1b*). On pourrait être ainsi conduit à penser que chaque photon emprunte les deux chemins à la fois et « interfère avec lui-même ». On imaginerait donc que les interférences observées dans le cas d'une onde classique résultent de l'interférence de chaque photon qui compose l'onde avec lui-même.



**Figure 1 – a)** Dans un interféromètre alimenté par un champ classique, l'intensité lumineuse  $I(\varphi)$  en sortie oscille avec la différence de phase  $\varphi$  entre les deux chemins. **b)** Lorsqu'un photon unique est envoyé dans l'interféromètre, la probabilité de photo-détection  $P(\varphi)$  en sortie varie avec  $\varphi$  comme l'intensité qui serait obtenue pour un champ classique. En traçant l'histogramme du nombre de photo-détections en fonction de  $\varphi$  lorsque l'expérience est répétée un grand nombre de fois, on retrouve le système de franges attendu dans le cas classique (Histogramme extrait de la thèse de P. Grangier, 1986).

Que se passe-t-il à présent si un détecteur sensible au photon unique est disposé de chaque côté de la première lame semi-réfléchissante de l'interféromètre ? Dans ce cas, l'expérience montre que le photon est détecté tantôt d'un côté (transmis) tantôt de l'autre (réfléchi), et la probabilité de le trouver d'un côté ou de l'autre est égale aux coefficients de réflexion et de transmission de la lame. En conclusion, le photon est insécable et il semble qu'il ne puisse pas prendre les deux chemins à la fois. Pourtant, lorsque l'on recombine sur une seconde lame semi-réfléchissante les photons transmis et réfléchis par la première lame, sans chercher à savoir quel chemin ils empruntent, on observe des interférences. Nous voilà confrontés à la dualité onde-corpuscule : le photon semble se comporter tantôt comme une onde tantôt comme un corpuscule.

Le paradoxe ne disparaît qu'en adoptant une vision complètement quantique de la lumière : le photon n'est, en soi, ni une onde ni un corpuscule, c'est la plus petite excitation possible, en termes d'énergie, du champ électromagnétique. Le champ électromagnétique, même s'il ne contient aucune excitation (aucun photon, donc aucune énergie) est tout de même présent et vérifie les équations de Maxwell. Ainsi, même lorsque l'interféromètre n'est pas alimenté par de la lumière, les conditions aux limites posées par les lames et miroirs de l'interféromètre déterminent entièrement la structure du champ dont le module au carré s'interprète alors comme la probabilité de trouver un photon à un instant donné et à un endroit donné pour peu que l'on ait effectivement « mis un photon » dans le champ. À titre d'exemple, pour un photon unique, les coefficients de réflexion  $\pm r$  et de transmission  $t$  des champs sur une lame semi-réfléchissante s'interprètent comme les amplitudes de probabilité de réflexion et de transmission : la probabilité de trouver le photon transmis par une lame unique vaut alors  $T = t^2$  et celle de le trouver réfléchit vaut  $R = r^2$  ; dans un interféromètre de Mach-Zehnder (*figure 1a*), les amplitudes de probabilité qui correspondent aux deux chemins possibles valent  $A_1 = t e^{i\varphi}$  et  $A_2 = r t$ , et conduisent

à  $P(\varphi) = |A_1 + A_2|^2 = 2RT(1 + \cos \varphi)$  (**figure 1b**, pour  $R = T = 0,5$ ). Selon cette approche, les photons n'interfèrent jamais entre eux, seuls interfèrent les champs qui déterminent où et quand on peut les trouver et avec quelle probabilité.

Cette interprétation est très générale : il y a interférence à chaque fois qu'un système physique peut prendre plusieurs « chemins » distincts [...] pour évoluer vers un même état final, sans qu'il soit possible, par quelque mesure que ce soit, de savoir quel chemin a été emprunté. À chaque chemin est associée une amplitude de probabilité et le carré du module de la somme de ces amplitudes donne la probabilité de trouver le système dans l'état final considéré. Ainsi, dans un interféromètre à deux ondes comme un interféromètre de Mach-Zehnder ou de Michelson, ce ne sont pas les photons qui interfèrent un à un ; pour chaque photon, ce sont les amplitudes de probabilité associées aux deux chemins qu'il peut prendre qui interfèrent.

.....

- 72 – Sur la *figure 1a* du document, un rectangle marqué de «  $\varphi$  » symbolise la possibilité d'une différence de phase entre les deux bras de l'interféromètre. Décrire un système permettant, en pratique, de réaliser une telle différence de phase avec possibilité de variation de celle-ci de façon contrôlée.
- 73 – Résumer en quelques phrases le paradoxe de la dualité onde-corpuscule, révélé par le document. Expliquer brièvement comment ce paradoxe est levé.
- 74 – Dans le calcul de la probabilité  $P(\varphi)$ , préciser l'hypothèse implicite ( $\mathcal{H}'$ ) faite concernant les miroirs. Exprimer la probabilité en question lorsque cette hypothèse est absente. Commenter le résultat.
- 75 – On considère la détection d'un photon sur l'autre voie de sortie de l'interféromètre de Mach-Zehnder (*figure 1a* du document), l'hypothèse ( $\mathcal{H}'$ ) étant respectée. Exprimer les amplitudes de probabilité  $A_1'$  et  $A_2'$  correspondantes et en déduire la probabilité  $P'(\varphi)$  d'une telle détection.
- 76 – Vérifier que, pour une certaine propriété ( $\mathcal{P}$ ) validée par les coefficients  $R$  et  $T$ , on a l'égalité  $P(\varphi) + P'(\varphi) = 1$ . Préciser le sens physique de la propriété ( $\mathcal{P}$ ) ainsi que pourquoi cette égalité doit alors bien avoir lieu.
- 77 – On introduit traditionnellement le concept de polarisation de la lumière dans l'enseignement en s'appuyant sur l'approche ondulatoire de celle-ci. Indiquer à quoi se rattache ce concept dans le cadre du photon unique de l'optique quantique.