

CAPES physique 2006 - correction

Note : les vecteurs sont notés soit avec une flèche, soit en caractère gras (sans logique physique mais pour faciliter la rédaction).

PARTIE A. ETUDE DE CHAMPS MAGNETIQUES

A.I. Préliminaires

A.I.1 les sources usuelles de champ magnétique sont les bobines parcourues par des courants et les aimants (la matière aimantée).

A.I.2 Christian Oersted, physicien Danois, a la premier montré l'action d'un courant sur un aimant en 1820 (en plaçant une boussole à proximité d'un fil parcouru par un courant).

André Marie Ampère, physicien français, en a déduit quelques mois après qu'un courant agit sur un courant et a débuté une explication du magnétisme de la matière par des courants présents dans la matière (les courants 'ampériens').

Les deux découvertes datent donc du début 19^{ième}.

A.I.3 Les bobines à air peuvent créer, de façon courante et suivant leur conception, des champs de quelques mT à quelques centaines de mT. En utilisant un circuit magnétique et des sources de champ bobine ou aimant on peut monter couramment jusqu'à 1 à 1,5 T. Enfin des bobines supraconductrices ou résistives très bien refroidies permettent de monter (avec beaucoup de contraintes technologiques) jusqu'à quelques T à quelques dizaines de T dans des volumes réduits.

A.II Origines du champ magnétique

A.II.1 La loi de Coulomb donnant la force d'interaction entre les charges, s'énonce quant à la force de P sur M : $\vec{F}_{1/2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1 q_2}{PM^2} \vec{u}_{PM}$.

A.II.2 Par définition, le champ électrique crée par la charge q₁ au point M est égal à :

$$\vec{E}_1(M) = \frac{\vec{F}_{1/2}}{q_2} = \frac{1}{4\pi\epsilon_0} \frac{q_1}{PM^2} \vec{u}_{PM}$$

A.II.3 Les charges étant immobiles, aucun champ magnétique n'est crée (pas de courant et le champ électrique est statique).

A.II.4.a La force $\vec{F}_{1/2} = q_2(\vec{E}_1(M) + \vec{v}_2 \wedge \vec{B}_1(M))$ est appelée force de Lorentz.

A.II.4.b L'identification de $\vec{E}_1(M)$ est évidente, et $\vec{B}_1(M) = \frac{q_1}{4\pi\epsilon_0 PM^2} \frac{\vec{v}_1}{c^2} \wedge \vec{u}_{PM}$

A.II.4.C on peut écrire en posant $\mu_0 \epsilon_0 c^2 = 1$ que le champ est $\vec{B}_1(M) = \frac{\mu_0 q_1 \vec{v}_1}{4\pi PM^2} \wedge \vec{u}_{PM}$.

μ_0 est la perméabilité magnétique du vide.

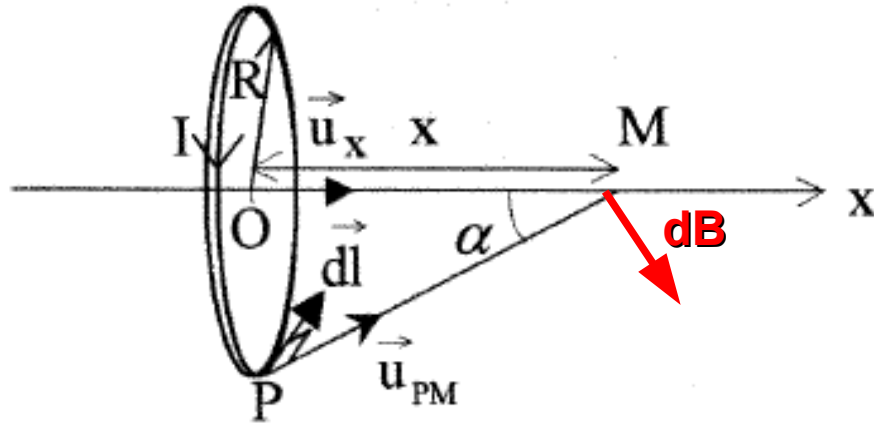
A.II.4.d examinons la quantité de charge traversant la section s du fil pendant le temps dt : la distance parcourue par les charges se déplaçant à la vitesse d'entraînement \vec{v}_1 est $d\mathbf{l} = \vec{v}_1 dt$, d'où le volume $s \cdot d\mathbf{l}$ occupé par les charges ayant traversé la section s pendant dt, et n.s.dl leur nombre si n est la densité volumique de charges, enfin si chaque charge porte une charge électrique q₁, alors la quantité dq de charge est $dq = q_1 \cdot n \cdot s \cdot v_1 \cdot dt$, comme par définition $I = dq/dt$, alors $I \cdot d\mathbf{l}$ est la 'somme' des $q_1 v_1$ et l'élément dl parcouru par le courant I crée le champ magnétique élémentaire de Biot et Savart :

$$d\vec{B}(M) = \frac{\mu_0}{4\pi} \frac{I d\vec{l} \wedge \vec{u}_{PM}}{PM^2}$$

A.III Calculs de quelques champs magnétiques

A.III.1 Les courants dans l'ARQS doivent être lentement variables pour que la longueur d'onde de l'onde associée soit très grande devant les dimensions du circuit considéré.

A.III.2.a



A.III.2.b Tout plan contenant l'axe de la spire est plan d'antisymétrie, donc **B** est suivant **u_x**.

A.III.2.c Toute rotation autour de l'axe Ox laisse le système invariant, donc le champ B ne peut dépendre de la variable angulaire θ et ne dépend donc que des deux autres variables r et x : **B=B(r,x)**.

A.III.2.d La contribution **dB** de **dl** au champ magnétique total est sa projection sur Ox :

$$\vec{dB}(M) \cdot \vec{u}_x = \frac{\mu_0 I dl \wedge \vec{u}_{PM} \cdot \vec{u}_x}{4\pi PM^2} = \frac{\mu_0 I r d\theta \wedge \vec{u}_\theta \cdot (\cos\alpha \vec{u}_x - \sin\alpha \vec{u}_r)}{4\pi PM^2} = \frac{\mu_0 I r \sin\alpha d\theta}{4\pi PM^2}$$

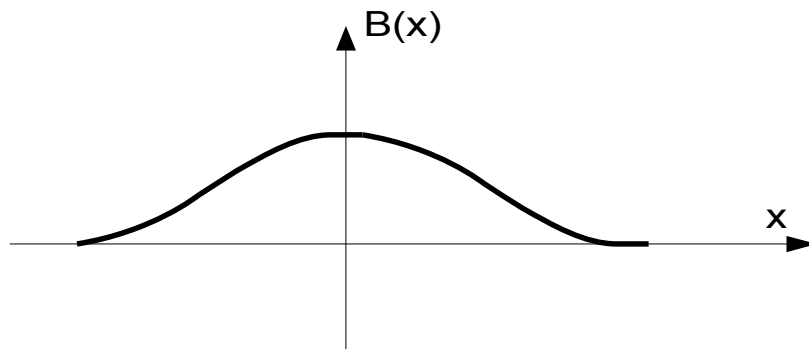
A.III.2.e en intégrant l'expression précédente sur une période de θ (toute la spire), on obtient pour la composante de B sur l'axe :

$$B(M) = \frac{\mu_0 I R \sin\alpha}{2 PM^2}$$

A.III.2.f comme $PM^2 = R^2 + x^2$, et $\sin\alpha = \frac{R}{\sqrt{R^2 + x^2}}$, on obtient la forme demandée :

$$B(M) = \frac{\mu_0 I R^2}{2 (R^2 + x^2)^{3/2}}$$

A.III.2.g la courbe de B(x) est une courbe en cloche centrée en 0 (paire).

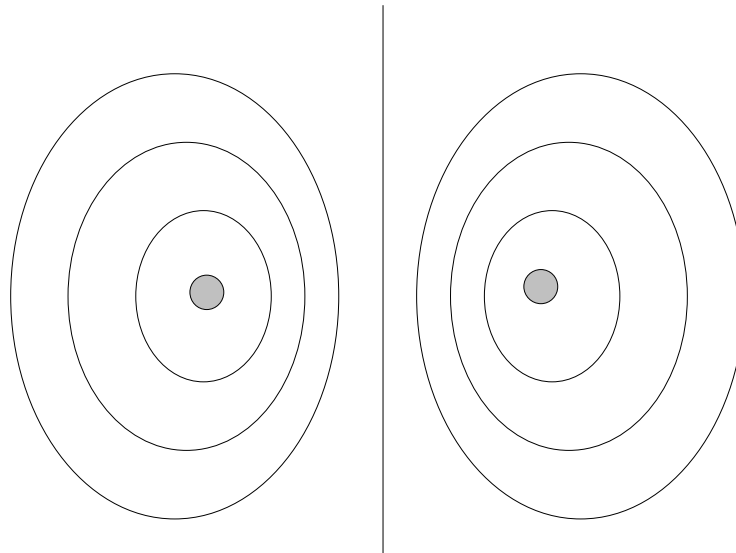


A.III.3 Une ligne de champ magnétique est une ligne qui est en tout point tangente au champ

magnétique.

A.III.4 Les lignes de champ magnétique sont fermées. Un spectre magnétique est la visualisation de quelques lignes de champ et cela peut se faire expérimentalement en déposant de la limaille de fer sur un surface plane de la zone où règne le champ.

A.III.5



A.III.6.a Une manière simple de présenter les choses est de présenter le flux comme le nombre et l'importance des lignes de champ qui traverse une surface.

Le flux magnétique se mesure en Weber.

A.III.7.a Une surface fermée est une surface qui délimite un intérieur et un extérieur (au moins pour les besoins du physicien).

La normale à la surface doit être orientée vers l'extérieur.

A.III.7.b Pour la surface inférieure, on a : $-B_x(x)$
 pour la surface supérieure, on a : $B_x(x+dx)$
 pour la surface latérale, on a : $B_r(x,r)$

Le flux magnétique sortant est donc égal à : $\Phi = \pi r^2(B_x(x+dx) - B_x(x)) + 2\pi r dx B_r(x,r)$

A.III.7.c comme le champ B est à flux conservatif, $\Phi = 0$ et on obtient :

$$B_r(x,r) = -\frac{r}{2} \frac{dB_x(x)}{dx}$$

A.III.7.d il suffit de dériver l'expression du A.III.2.f par rapport à x pour obtenir :

$$B_r(x,r) = \frac{3}{4} \frac{\mu_0 I R^2 x r}{(R^2 + x^2)^{5/2}}$$

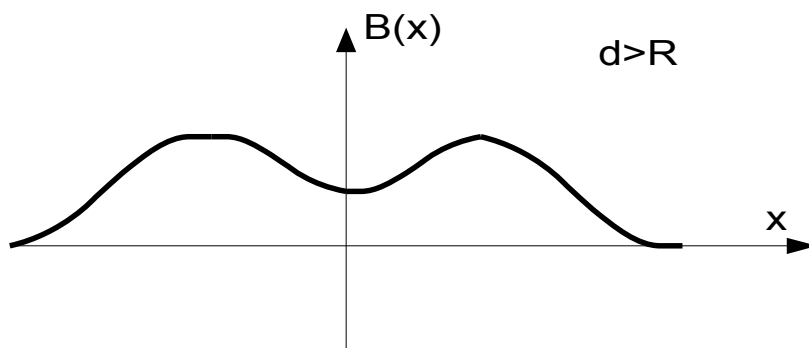
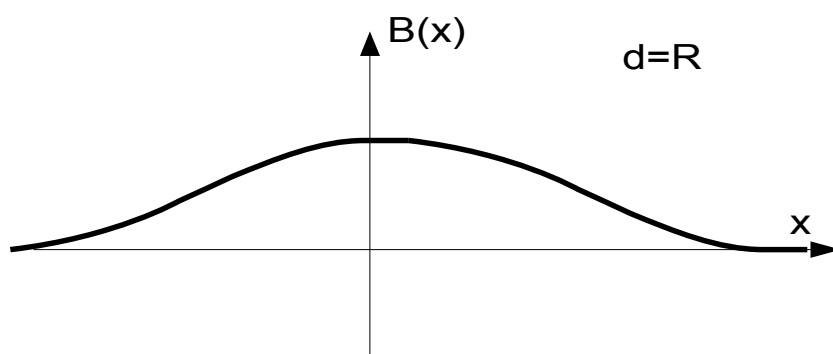
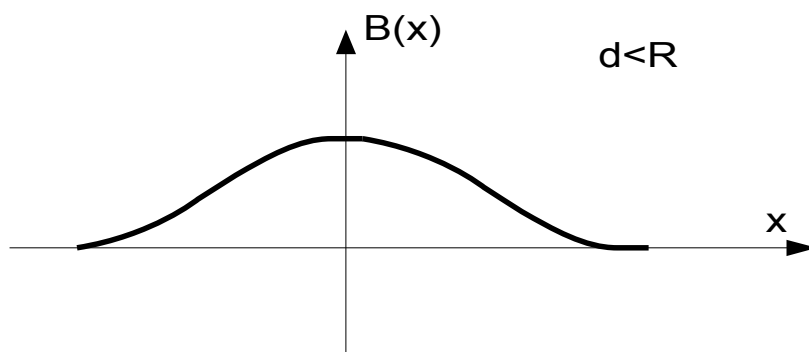
A.IV.1. Ce dispositif est appelé bobines de Helmholtz.

A.IV.2. Il suffit de superposer les champs créés par les deux bobines et donc d'ajouter leur expression :

$$B(x) = \frac{\mu_0 N I R^2}{2} \left(\frac{1}{(R^2 + (\frac{d}{2} + x)^2)^{3/2}} + \frac{1}{(R^2 + (\frac{d}{2} - x)^2)^{3/2}} \right)$$

A.IV.3 l'étude de la courbe pour les trois cas

envisagés permet de mettre en évidence l'existence d'un maximum ($d < R$) en 0, d'un maximum en 0 avec dérivée seconde nulle ($d = R$) et de deux maxima symétriques et d'un minimum en 0 ($d > R$) – soit :



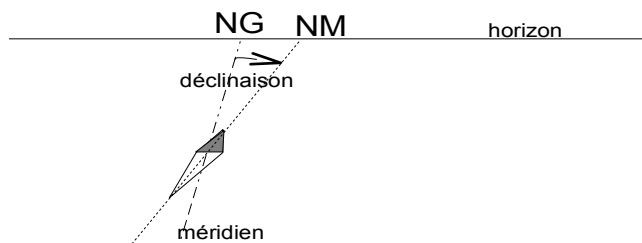
La valeur à prendre pour d est celle qui rend la courbe la plus 'plate' possible, soit $d=R$.

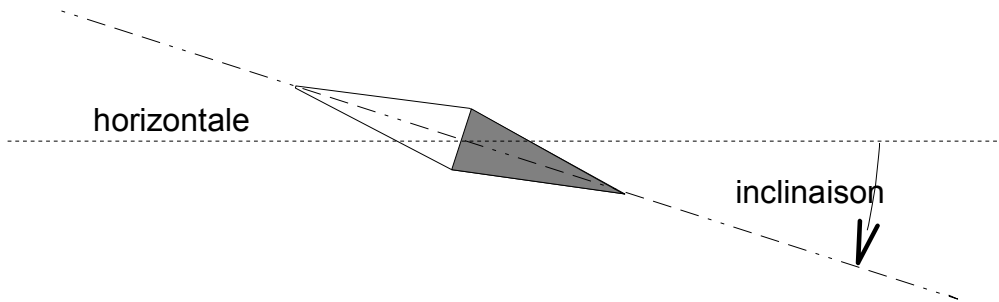
A.IV.4 A.N. : $B(0)=1,8 \text{ mT}$ et $B(d/2)=1,7 \text{ mT}$.

Le champ entre les bobines est quasi uniforme.

A.V Le champ magnétique terrestre.

A.V.1.b



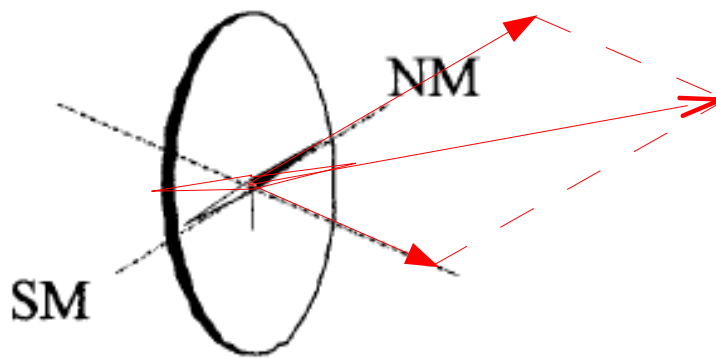


A.IV.1.c en projetant : $B_h = B_0 \cos(I) = 20800 \text{ nT}$

A.V.2.a il suffit de reprendre la formule du A.III.2.e avec $PM = R$ et $\alpha = \pi/2$ et de superposer les champs des N bobines.

$$B = \frac{\mu_0 NI}{2R}$$

A.V.2.b



l'aiguille est soumise à la résultante du champ terrestre et du champ créé par la bobine.

A.V.2.c En appliquant les lois de la statique à l'aimant de la boussole (théorème du moment en O), on obtient :

$$B_h = \frac{\mu_0 NI}{2R \tan \alpha}$$

A.V.2.d AN : $B_h = 20203 \text{ nT}$

On retrouve une valeur proche de celle calculée plus haut.

B ETUDE D'UN CAPTEUR – SONDE A EFFET HALL

B.I Généralités sur les capteurs

B.I.1 Un capteur est dispositif capable de traduire une grandeur physique en grandeur électrique mesurable et traitable par un circuit électronique.

B.I.2 Un capteur doit être le plus sensible possible à la grandeur à mesurer (sensibilité) et le moins possible aux autres grandeurs physiques. Il doit également être précis et fidèle.

B.I.3 Pour les mesures de température : thermistances et thermocouple, pour les mesures de

lumière : photorésistance et photodiode, et pour les mesures de champ magnétique sonde à effet Hall qui nous occupe ici.

B.II Etude de l'effet Hall.

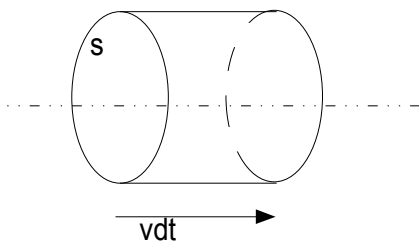
B.II.1 L'évolution des propriétés conductrices des conducteurs et semi-conducteurs en fonction de la température sont très différentes en raison du remplissage électronique des couches de valence et de conduction : en schématisant, un conducteur conduit à faible température et sa résistivité augmente lorsque T augmente, un semi-conducteur est isolant à faible température et sa résistivité diminue lorsque T augmente.

Les éléments chimiques germanium et silicium de la colonne IV présentent des propriétés semi-conductrices

B.II.2 Un semi conducteur intrinsèque est constitué d'une seule sorte d'atomes, le semi-conducteur dopé comprend des atomes d'impuretés dans le réseau cristallin, ici aussi ce sont les propriétés conductrices que l'on cherche à régler.

B.II.3 Un semi conducteur de type N est dopé par des éléments de la colonne V et les porteurs majoritaires sont des électrons.

B.III.1



Soit le volume bâti sur la section s et de longueur v.dt, il contient les charges qui ont traversé la section s pendant le temps dt : on a donc, avec les différentes définitions des grandeurs,

$$j = \frac{i}{s} = \frac{dq/dt}{s} = \frac{dq}{s dt} = \frac{nq \cdot s \cdot v dt}{s dt} = nqv$$

et donc :

$$v = \frac{j}{nq}$$

B.III.2 en régime permanent, la force de Lorentz à laquelle sont soumises les charges de vitesse v est nulle : $\vec{F} = q(\vec{E} + \vec{v} \wedge \vec{B}) = \vec{0}$ et donc $\vec{E} = -\vec{v} \wedge \vec{B} = -\frac{j}{nq} \wedge \vec{B}$

B.III.3

en effectuant :

$$\vec{E} = -\frac{j}{nq} \wedge \vec{B} = \frac{1}{nq} \frac{IB}{bh} \vec{u}_y$$

B.III.4 La différence de potentiel de Hall est l'opposé de la circulation du champ électrique E :

$$V_{A'} - V_A = \int_A^{A'} dV = \int_A^{A'} -\vec{E} \cdot d\vec{r} = \frac{1}{nq} \frac{IB}{h} \text{ soit } U = V_{A'} - V_A = k \frac{IB}{h} = \frac{1}{nq} \frac{IB}{h} \text{ et } k = 1/nq \text{ cte de Hall.}$$

B.III.5 l'intérêt de l'effet Hall dans la mesure de champ magnétique est de faire intervenir directement des grandeurs électriques (sans passer par des grandeurs mécaniques comme la balance de Cotton par exemple) et de donner des relations directement linéaires en fonction de B.

B.III.6 En supposant que l'on ne règle qu'un paramètre à la fois, on peut augmenter la sensibilité dU/dB en augmentant I, en diminuant h ou en diminuant n (en changeant de matériau, q n'est pas réglable car imposé par la valeur de la charge élémentaire).

On peut penser à la limitation imposée par la densité surfacique de courant et les pertes thermiques à évacuer.

B.III.7 AN : on obtient $s = dU/dB = 6 \text{ V/T}$ et $n = 1/kq = 2 \cdot 10^{22} \text{ m}^{-3}$.

B.III.8 les semi conducteurs ont des densité de charges libres n plus faibles et donc une sensibilité supérieure.

B.III.9 si l'on souhaite que le courant qui traverse la sonde soit indépendant des autres paramètres physiques (exemple température et donc résistivité) il faut un générateur de courant.

PARTIE C REALISATION D'UN TESLAMETRE ELECTRONIQUE A FAIBLE COUT

C.I. L'amplificateur opérationnel

C.I.1 le régime linéaire de fonctionnement est le régime dans lequel la sortie est proportionnelle à l'entrée différentielle. Dans l'autre régime, dit saturé ou non linéaire, la sortie est à une valeur V_{sat} en module et un signe qui est celui de la tension différentielle d'entrée.

C.I.2 Si A est infini alors ϵ est nul pour que la tension de sortie $A.\epsilon$ ne dépasse pas ses limites $\pm V_{sat}$. On a alors $V_+ = V_- = s$ et donc $s = e$.

C.I.3.a Comme $V_- = s = A_0.\epsilon = A_0(V_+ - V_-) = A_0(e - s)$, alors $s = (A_0 / (1 + A_0))e$. avec $A_0 = 10^5$, la correction de l'ordre de 10^{-5} en relatif est négligeable.

C.I.3.b Il faut que la tension de sortie s calculée en linéaire reste inférieure V_{sat} , soit $E < \frac{V_{sat}}{\sqrt{2}}$

C.I.3.c Une boucle de rétroaction est un retour de la sortie d'un système vers l'entrée

C.I.3.d La résistance de sortie, qui est égale à r , est nulle.

C.I.4.a la résistance d'entrée est infini car $i_e = i_+ = 0$ par hypothèse.

Avec les indications de l'énoncé : $i_{cc} = A_0 \epsilon / r = A_0 E / r$ et $s_{co} = A_0 E / (1 + A_0)$, d'où : $R_s = s_{co} / i_{cc} = r / (1 + A_0)$

C.I.4.b on obtient pour R_s une valeur de l'ordre de r / A_0 , soit quelques centaines de microohms, d'où l'intérêt du suiveur pour isoler les étages.

C.II Etude de quelques montages à AO

C.II.1 pour tous les montages, théorème de Millman ou diviseur de tension sur les entrées et utilisation des hypothèses d'idéalité et de linéarité.

Montage soustracteur

$$s_1 = \frac{R_2}{R_1} (e_2 - e_1)$$

Amplificateur non inverseur

$$s_2 = \frac{R_4 + R_3}{R_3} e_3$$

générateur de tension réglable

$$s_3 = \frac{R_6 - R_5}{R_6 + R_5} V_{cc}$$

C.II.2 s_2 varie entre $+V_{sat}$ (l'équation donne l'infini) et $2e_3$.

C.III Application à la réalisation d'un teslamètre.

C.III.1 Le suiveur doit isoler les étages, c'est à dire ne pas charger le capteur dont la tension de sortie serait alors modifiée par sa résistance de sortie.

C.III.2 Le décaleur va créer une tension opposée à la tension de décalage $0,5V_{cc}$ donnée par le constructeur et qui justement empêche un fonctionnement proportionnel.

C.III.3 Le décaleur est le montage 3, le soustracteur est le montage 1 et l'amplificateur est le montage 2.

En supposant les montages indépendants (la mise en chaîne ne modifie pas le comportement étudié à la question C.II.1), alors

$$U_s = \frac{R_4 + R_3}{R_3} U_3 = \frac{R_4 + R_3}{R_3} \left(\frac{R_2}{R_1} (U_2 - U_1) \right) = \frac{R_4 + R_3}{R_3} \left(\frac{R_2}{R_1} \left((0.5 - \frac{R_6 - R_5}{R_6 + R_5} V_{cc} + 13B) \right) \right)$$

soit en identifiant avec $U_s = K.B$, on obtient : $R_5 / R_6 = 1/3$ et

$$K = 13 \left(\frac{R_4 + 1}{R_3} \right) \frac{R_2}{R_1}$$

Partie D SPECTROGRAPHE DE MASSE

D.I Accélération des ions

D.I.1 Les charges + descendent les potentiels (**E** pointe vers les potentiels décroissants), donc $V_{G1} > V_{G2}$ et $U = V_{G1} - V_{G2} > 0$

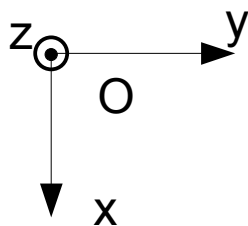
D.I.2 L'intégrale 1ère de l'énergie donne, compte tenu des hypothèses, $eU = \frac{1}{2}mv^2$, soit :

$$v_1 = \sqrt{\frac{2eU}{m_1}} \text{ et } v_2 = \sqrt{\frac{2eU}{m_2}}$$

D.II. Déviation des ions

D.II.1 l'examen de la partie magnétique de la force de Lorentz $\vec{F} = q\vec{v} \wedge \vec{B}$ donne pour une charge positive un sens de **B** sortant de la feuille vers le lecteur (vers le haut).

D.II.2 soit le repère :



et les trois vecteurs unitaires associés ($\mathbf{u}_x, \mathbf{u}_y, \mathbf{u}_z$), la loi fondamentale de la dynamique appliquée à une des charges K^+ donne :

$$\Sigma \vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = m\vec{a} = m \frac{d\vec{v}}{dt}$$

en projetant sur \mathbf{u}_z (on effectue le produit scalaire par \mathbf{u}_z)

$$\Sigma \vec{F} \cdot \vec{u}_z = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{u}_z = m \frac{dv_z}{dt} \cdot \vec{u}_z = m \frac{dv_z}{dt} \text{ soit par permutation circulaire dans le produit mixte :}$$

$$m \frac{dv_z}{dt} = q(\vec{B} \wedge \vec{u}_z) \cdot \vec{v} = 0 \text{ et, en intégrant, } v_z = Cte = 0 \text{ d'après les conditions initiales : le mouvement est donc bien plan dans le plan } (O, x, y).$$

de plus, en calculant la puissance développée par les forces s'appliquant sur la charge, on trouve :

$$p = \Sigma \vec{F} \cdot \vec{v} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) \cdot \vec{v} = 0 = \frac{d}{dt} \left(\frac{1}{2} m v^2 \right). \text{ La puissance étant nulle, l'énergie cinétique est constante, comme la norme de la vitesse, et le mouvement uniforme.}$$

D.II.3 On peut :

- soit projeter la loi fondamentale dans le repère cartésien choisi, intégrer et en déduire le résultat
- soit se placer dans le repère intrinsèque (de Frenet) : la loi fondamentale devient :

$$\Sigma \vec{F} = q(\vec{v} \wedge \vec{B}) = m\vec{a} = m \frac{dv}{dt} \vec{e}_t + \frac{v^2}{R} \vec{e}_n, \text{ or, on a vu plus haut que } dv/dt = 0 \text{ et que } \vec{v} \text{ est constamment perpendiculaire à } \vec{B}, \text{ l'équation précédente donne en norme :}$$

$$qvB = m \frac{v^2}{R}, \text{ on en déduit donc que le rayon de courbure de la trajectoire reste constant, donc que la trajectoire est circulaire uniforme de rayon égal à :}$$

$$R = \frac{mv}{qB}$$

Pour les deux valeurs demandées on a :

$$R_1 = \sqrt{\frac{2m_1 U}{eB^2}} \text{ et } R_2 = \sqrt{\frac{2m_2 U}{eB^2}}$$

D.II.4 En faisant le rapport des masses on obtient :

$$\frac{m_2}{m_1} = \frac{A_2}{A_1} = \left(\frac{R_2}{R_1} \right)^2$$

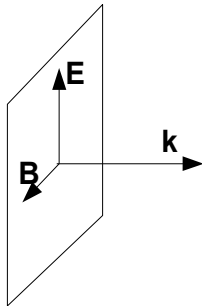
D.II.5 après calcul $A_2 = 41$

D.II.6 Dans l'étude précédente, ce qui change est la composante de la vitesse suivant z qui n'est plus nulle, mais constante : la trajectoire devient une hélice d'axe Oz.

PARTIE E : ONDES ELECTROMAGNETIQUES

E.I.1 voir schéma ci-contre.

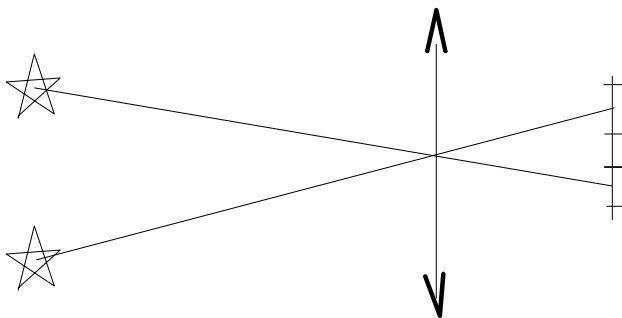
E.I.2
$$\vec{B} = \frac{\vec{k} \wedge \vec{E}}{\omega}$$



E.I.3 Le champ électrique E garde une direction constante.

E.I.4 Polarisation par réflexion sur un dioptre (en particulier polarisation rectiligne de l'onde réfléchiée en incidence de Brewster. Polarisation par diffusion de la lumière (en particulier la lumière diffusée par l'atmosphère présente une polarisation plus ou moins forte suivant la direction de visée, en visée perpendiculaire la polarisation est totale).

E.II.1 Le capteur doit être disposé centré sur l'axe de la lentille et perpendiculaire à l'axe afin qu'elle fonctionne le plus possible en condition de Gauss, de plus le capteur doit être dans le plan focal image de la lentille, plan conjugué du plan situé à l'infini, où se forme l'image.



E.II.2 Les surfaces d'onde sont des sphères centrées sur la source très éloignée, et donc localement le plan tangent est une bonne approximation de la surface qui peut être considérée comme plane.

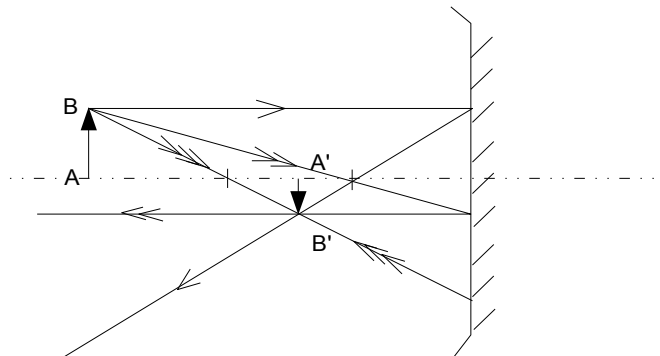
E.II.3 En supposant que les centres des images des étoiles sont centrés sur deux cellules séparées par une troisième (figure ci-contre),

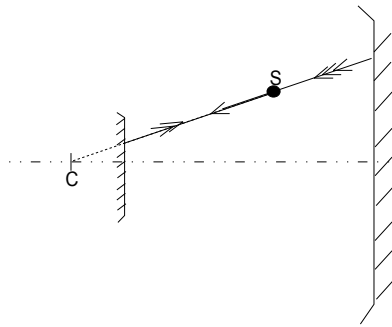
alors l'angle sous lequel est vu le couple d'étoile est aussi l'angle sous lequel est vu le couple de cellules réceptrices, soit (l'angle étant petit) : $\alpha = (5\mu\text{m} + 10\mu\text{m} + 5\mu\text{m}) / 1,5\text{m} = 1,33 \cdot 10^{-5}$ rad, résolution angulaire 20 fois supérieure à celle de l'oeil humain.

E.III.1 Par définition, le foyer objet (resp image) est le conjugué du point image (resp objet) situé à l'infini, pour un miroir sphérique ces deux points sont confondus en un point tel que

$$\overline{CF} = \overline{CF'} = \frac{\overline{CS}}{2}$$

E.III.2





E.III.3.a voir schéma ci-contre

Le rayon après avoir touché les deux miroirs se réfléchit en se superposant à lui même, le point d'intersection du rayon avec l'axe du système est donc le centre de la lentille équivalente à l'ensemble (en fait les points nodaux confondus du système centré).

E.III.3.b En schématisant l'association des deux miroirs et les images successives :

$$A \xrightarrow{M_1} A_1 \xrightarrow{M_2} A'$$

on a alors :

$$\frac{1}{CA'} + \frac{1}{CA} = \frac{2}{CS_1} \text{ et } \frac{1}{CA'} + \frac{1}{CA} = \frac{2}{CS_2}, \text{ soit en retranchant : } \frac{1}{CA'} - \frac{1}{CA} = \frac{2}{CS_2} - \frac{2}{CS_1} = 2\left(\frac{1}{R_2} - \frac{1}{R_1}\right) = \frac{1}{f'_{eq}}$$

qui est bien la relation de conjugaison d'une lentille mince de centre C et distance focale image f'_{eq} avec

$$f'_{eq} = \frac{R_1 R_2}{2(R_1 - R_2)}$$

E.III.3.c on trouve $R_2 = \frac{2R_1 f'_{eq}}{R_1 + 2f'_{eq}} = 0.857m$

Le capteur CCD doit être en A' tel que $\overline{CA'} = f'_{eq}$ pour que l'image de l'infini se forme sur le capteur.

E.III.3.d Parmi les avantages majeurs, il faut citer la compacité du système : du miroir secondaire au capteur CCD il y a à peu près 64 cm contre 150 cm pour la version avec lentille unique. De plus un miroir est dépourvu d'aberrations chromatiques et il est plus facile de réaliser de grandes ouvertures avec des miroirs qu'avec des lentilles.