

INTEGRATEUR ET DERIVATEUR A AMPLIFICATEUR OPERATIONNEL :

mise en évidence des fonctions intégration et
dérivation et limitations

7

2006

- Bibliographie : [1] – R. Duffait, J.P Lièvre, Exp. d'électronique *Agrégation de sciences physiques*, chap.IV Bréal, 1999
 [2] – JM Brebec, *Électronique Électrocinétique 1ere année MPSI...chap 8.*, HPrépa, Hachette 2003
 [3] – JM Brebec, *Électronique II 1ere année PCSI-PTSI...chap 3.*, HPrépa, Hachette 1997
 [4] – Dico Electricité et applications Quaranta, Pierron

On utilisera un ampli-op type TL081.

1 MONTAGE INTEGRATEUR

1.1 Montage théorique

On considère le montage de la figure 1.

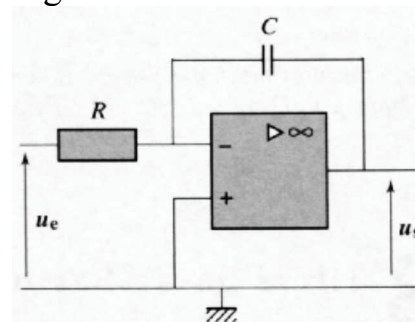
La loi des nœuds appliquée à l'entrée inverseuse donne :

$$\frac{u_e - u_-}{R} + C \frac{d(u_s - u_-)}{dt} = 0, \text{ en régime linéaire } u_- = 0 \text{ et}$$

dans ces conditions $\frac{u_e}{R} + C \frac{du_s}{dt} = 0$ soit : $\frac{du_s}{dt} = -\frac{u_e}{RC}$

Le montage réalise une intégration.

Figure 1

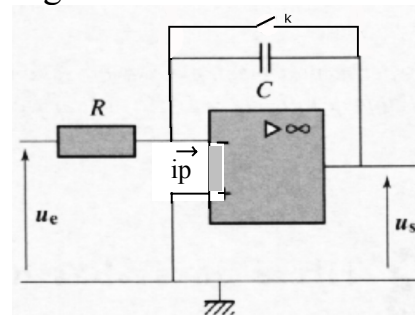


On réalise alors le montage de la figure 2 avec l'interrupteur k.

Cet interrupteur permet de décharger le condensateur.

On peut observer que ce montage dérive vers la saturation dès que l'on ouvre k même si la tension u_e est nulle, (intégration de la tension de décalage v_d ($=v_-$) et des courants de polarisation i_p **ref 3 p58 et 59**). $u_s = (v_d/RC + i_p/C) t$

Figure 2



Montrer cette dérive à l'oscilloscope, (mode roll). En remplaçant R par R/2, on peut évaluer la contribution respective de v_d et i_p . Si la pente du_s/dt est multipliée par 2 alors seul v_d intervient, si la pente ne change pas, seul i_p intervient. Dans les autres cas, les deux défauts sont à considérer.

Ce montage théorique n'est donc pas utilisable en pratique. On réalise le montage suivant (où on pourra vérifier que pour $u_e=0$, $u_s = v_d(1 + R'/R)$ si v_d intervient seul).

1.2 Montage pratique

On remplace l'interrupteur par une résistance R', la nouvelle équation différentielle

est ; $\frac{u_e - u_-}{R} + C \frac{d(u_s - u_-)}{dt} + \frac{u_s - u_-}{R'} = 0$ soit en régime linéaire avec $u_- = 0$

$$\frac{du_s}{dt} + \frac{u_s}{R'C} = -\frac{u_e}{RC}$$

Pour un signal d'entrée périodique de période T, le signal de sortie u_s sera en régime permanent avec $\langle u_e \rangle = 0$: si $T \gg R'C$, $u_s = -u_e \frac{R'}{R}$ et si $T \ll R'C$,

$$u_s = -\frac{1}{RC} \int u_e dt$$

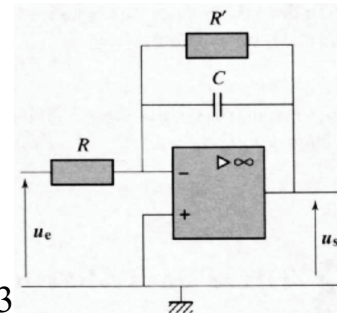
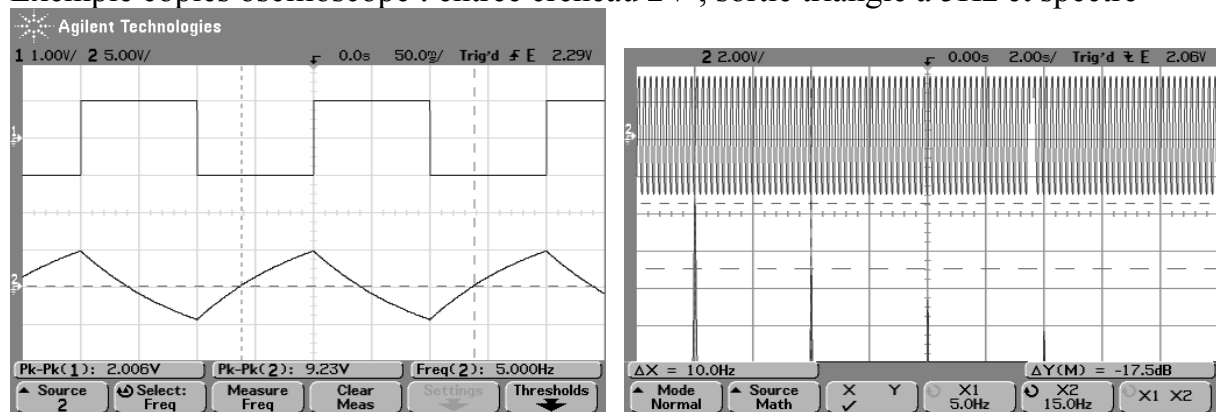


Figure 3

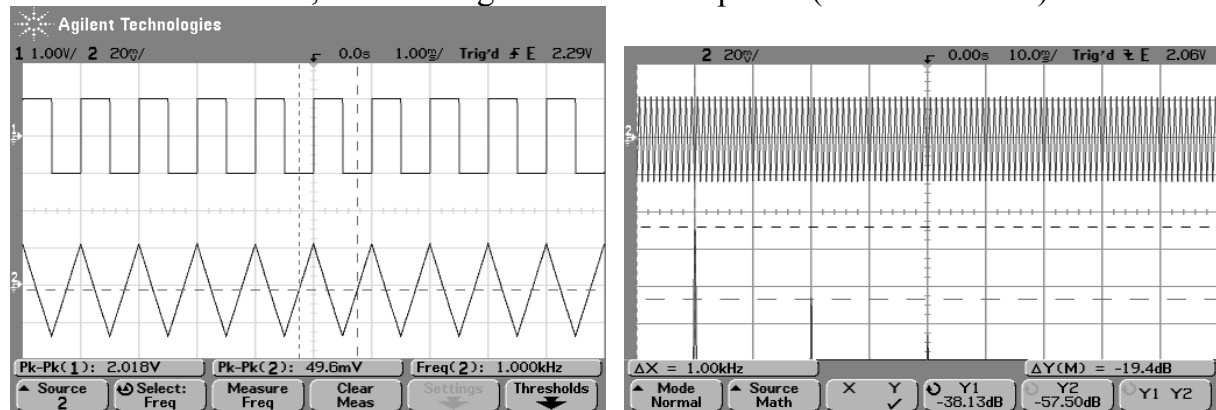
1.3 Etude expérimentale

Avec $R' = 1\text{M}\Omega$, $C = 0.1\mu\text{F}$, $R'C = 0.1\text{s}$, la limite $T \ll R'C$ donne un circuit intégrateur pour des fréquences $f > 100\text{Hz}$.

Exemple copies oscilloscope : entrée créneau 2V, sortie triangle à 5Hz et spectre



Et entrée créneau 2V, sortie triangle à 1000Hz et spectre (-19.4dB $\Rightarrow \sim 1/9$)



Vérifier le déphasage entre u_e et u_s dans le cas d'un signal sinusoïdal.

2 MONTAGE DERIVATEUR

2.1 Montage théorique

On considère le montage de la figure 4.

La loi des nœuds appliquée à l'entrée inverseuse donne :

$$C \frac{d(v_e - v_-)}{dt} + \frac{v_s - v_-}{R} = 0, \text{ en régime linéaire } v_- = 0 \text{ et}$$

dans ces conditions $\frac{v_s}{R} + C \frac{dv_e}{dt} = 0$ soit :

$$v_s = -RC \frac{dv_e}{dt}$$

Le montage doit réaliser une dérivation.

Choisir un signal triangulaire pour v_e , on doit obtenir un créneau.

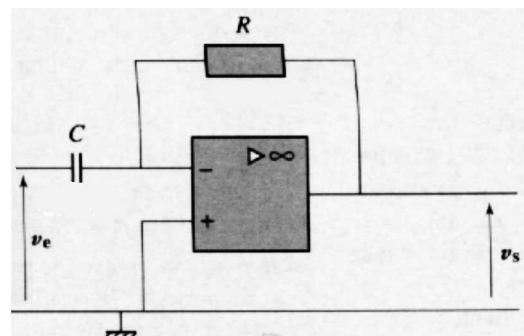
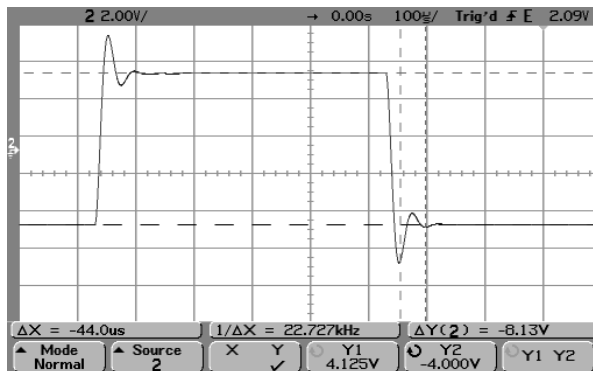
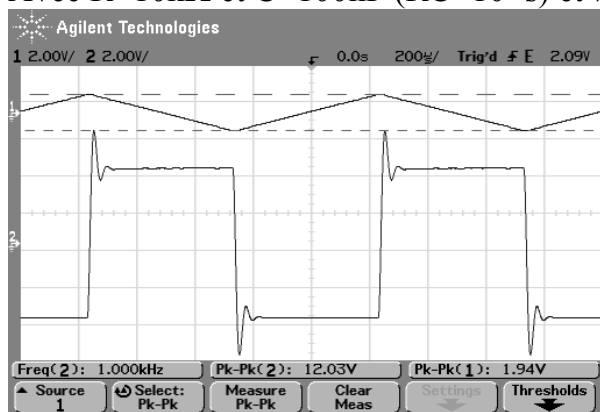
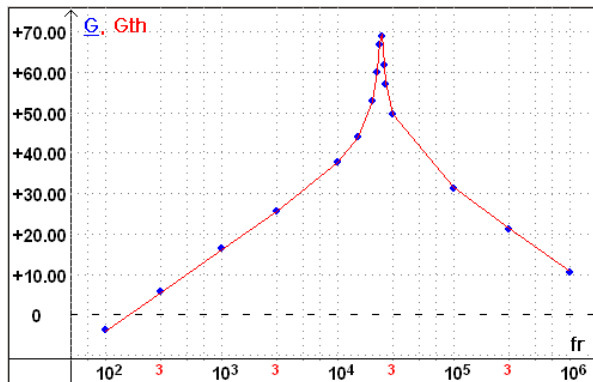


Figure 4

Avec $R=10k\Omega$ et $C=100nF$ ($RC=10^{-3}s$) et $v_e=0.1V$ à $1000Hz$



On observe des oscillations amorties de fréquence f_c environ $23kHz$. Avec un générateur de tension idéal ($r_g \sim 0$), les oscillations sont beaucoup plus importantes. Pour expliquer cela, on commence par observer la FFT du signal v_s , puis on peut tracer le diagramme de Bode du montage, (2 points par décade, quelques points autour de la fréquence de résonance, ici $r_g \sim 1$, $f_0=3.5MHz$)



Ref [2] : Chap 10 exercice 1 p 265 et 266

Conclusion : dans le montage dérivateur on doit tenir compte des performances réelles de l'ampli op, le modèle de l'ampli op idéal à gain infini n'est pas suffisant.

2.2 Montage pratique

On utilise alors le montage de la figure 5, avec $R=10k\Omega$, $C=100nF$ et $10 < R' < 1000\Omega$
La fonction de transfert de ce montage est :

$$H(j\omega) = \frac{-jRC\omega}{1 + jR'C\omega + \left(\frac{1}{\mu_0} + j \left(\frac{(R+R')C}{\mu_0} + \frac{1}{2\pi f_0} \right) \omega - \frac{(R+R')C}{2\pi f_0} \omega^2 \right)}$$

où $\mu_0 \gg 1$ (gain statique = 10^5 ou 10^6) et f_0 est la fréquence de coupure à gain nul ($> 10^6 Hz$)

Si $R \gg R'$, cette fonction de transfert se simplifie en

$$H(j\omega) = \frac{-jRC\omega}{1 + j\omega(R'C + \frac{1}{2\pi f_0}) - \frac{RC}{2\pi f_0} \omega^2}$$

Cette expression fait apparaître une fréquence de résonance f_c pour

$$\frac{RC}{2\pi f_0} \omega^2 = 1$$

$$\text{soit } f_c = \sqrt{\frac{f_0}{2\pi RC}}$$

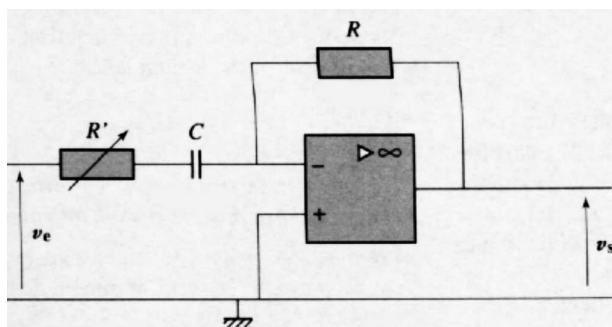


Figure 5

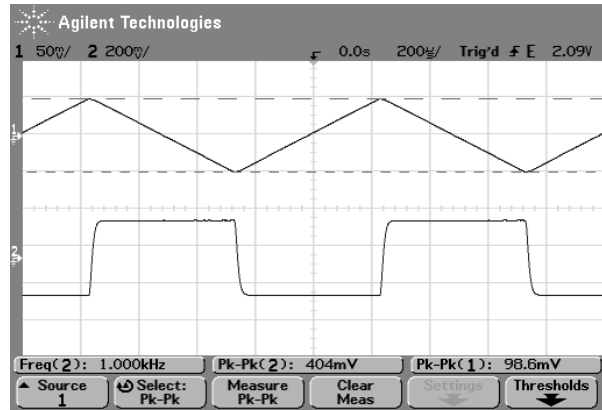
2.3 Etude expérimentale

Avec $R=10\text{k}\Omega$ et $C=100\text{nF}$ ($RC=10^{-3}\text{s}$) et $v_e=0.2\text{V}$ à 1000Hz

Choisir un signal triangulaire pour v_e , on doit obtenir un meilleur créneau en ajustant la valeur de R' . Ref [3] page 67

La valeur optimale de R' est donnée par la relation $(2\pi R'C + \frac{1}{2\pi f_c})f_c = 2$

$$\text{Soit } R' = \frac{1}{2\pi C} \left(\frac{2}{f_c} + \frac{-1}{2\pi f_0} \right)$$



Vérifier le déphasage entre u_e et u_s dans le cas d'un signal sinusoïdal.

Vérifier qu'un signal créneau donne des impulsions en sortie.

Augmenter la fréquence jusqu'à ce que le signal v_s devienne un triangle, on est alors dans la zone où le montage dérivateur est devenu intégrateur.

En résumé ce qu'il faut retenir :

1 AO intégrateur

11 Théorique -> ne marche pas à cause des courants de polarisation et tension de décalage

12 Pratique = Pseudo intégrateur = filtre passe bas de fréquence de coupure $f_{ci}=(2\pi R'C)^{-1}$, il faut que le fondamental $\gg f_{ci}$

2 AO dérivateur

21 Théorique -> sature rapidement en HF à cause du gain $G=-jRC\omega$ proportionnel à ω (en général on observe des oscillations pour un signal d'entrée triangle ou créneau).

22 Pratique = filtre passe haut de fréquence de coupure $f_{cd}=(2\pi R'C)^{-1}$, il faut que le fondamental soit $\ll f_{cd}$, pour laisser passer au moins 4 ou 5 harmoniques

23 Remarque : si R' est « trop petite », il y a apparition d'oscillations lorsque le signal d'entrée est riche en harmoniques -> optimisation de R' avec la prise en compte de la fonction de transfert de l'AO réel.

Les amateurs de Maple peuvent aller chercher un fichier modélisation sur <http://agregation.capes.free.fr/tp/derivOKbfhf.pdf> ou plusieurs, intégrateur et dérivateur sur (fichiers html et mws) <http://agregation.capes.free.fr/tp/tp07> ou <http://agregation.capes.free.fr/mws>

Remarque :

Pour le montage 2.1, il y a deux possibilités pour réaliser le générateur « idéal » basse impédance. Utiliser un pont diviseur avec (r_g-1) en série avec 1Ω , où r_g est 50Ω ou 8Ω ou bien un ampli op suiveur. Cette dernière solution apporte des complications si on essaie de dériver un créneau, l'appel de courant important déforme inutilement le signal.

Attention : utiliser la résistance de 1Ω directement sur la sortie du BF, revient à faire quasiment un court circuit du BF, celui-ci risque donc la panne fatale, **A EVITER !**