

MODÉLISATION ET SIMULATION D'UN PULSORÉACTEUR À VAPEUR

Wolfgang HORN

Technische Universität Darmstadt

Philippe ARQUES

Ecole Centrale de Lyon

Jean VASSEUR

ENSIA Massy Palaiseau

Article reçu le 30/09/99 - accepté le 28/01/01

Un pulsoréacteur à vapeur propulsant un bateau est modélisé par une maquette de petite taille. Les équations décrivant les transferts d'énergie et la conversion d'énergie thermique en énergie mécanique dans la machine sont écrites sur la base d'un modèle physique avec des simplifications discutées. Les résultats de la simulation numérique sont présentés et montrent le rôle joué par différents paramètres énergétiques et géométriques.

Nomenclature

c_f	coefficient de la résistance hydrodynamique: traînée
c_p	capacité calorifique à pression constante
$c_{p\text{eau}}$	capacité calorifique de l'eau à pression constante
c_{pf}	capacité calorifique du fluide à pression constante
c_{pvap}	capacité calorifique de la vapeur à pression constante
c_v	capacité calorifique à volume constant
c_w	coefficient de la traînée des vagues induites par le mouvement du bateau
d	diamètre du tube
E_{cv}	énergie interne (J) dans un volume de contrôle
F	force
F_{ext}	force extérieure
F_r	force de la résistance hydrodynamique
g	accélération de la pesanteur
h	coefficient de transfert de chaleur par convection
h_{eau}	distance entre l'axe du tube et la surface de l'eau
K	coefficient de perte de charge singulière
k	paramètre de la rugosité de la paroi
l	longueur de la section chaude du tube
L	longueur totale du tube
L_{im}	longueur immergée du bateau
l_{int}	longueur du tube à l'intérieur du bateau
L_v	chaleur latente de la vaporisation de l'eau
m_{bat}	masse du bateau
m_{eau}	masse de l'eau
m_f	masse du fluide
m_{vap}	masse de la vapeur
Nu	nombre de Nusselt
P	puissance
Pe	nombre de Peclet
Pou	poussée du pulsoréacteur
p	pression
p_o	pression atmosphérique

1. INTRODUCTION

Le pulsoréacteur à vapeur est une machine thermique peu connue bien qu'elle soit simple à mettre en oeuvre et d'un faible prix de réalisation dans le cas d'un cycle ouvert et lorsque le fluide utilisé est disponible sans limites. Ce travail présente un modèle physique, fondé sur les équations de la thermodynamique afin de mettre en évidence le fonctionnement d'un pulsoréacteur à changement d'état et à combustion externe. Une simulation numérique du pulsoréacteur permet de voir l'influence des différents paramètres: distribution de la température de paroi du tube reliant la chaudière au tube de sortie et puissances des sources chaude et froide.

2. MODÉLISATION

Le bateau avec un pulsoréacteur qui a servi de support à ce travail est un modèle réduit (Fig.1) de 125 mm de long et de 45 mm de large, pesant 40 grammes. La tuyauterie motrice du bateau est immergée de 5 mm environ. Seule la vitesse du bateau en essais a été mesurée, elle est approximativement de 16 cm/s. La source d'énergie est une flamme de bougie dont la puissance dQ_c/dt a été évaluée grossièrement à 100 W thermiques. (Fig. 1)

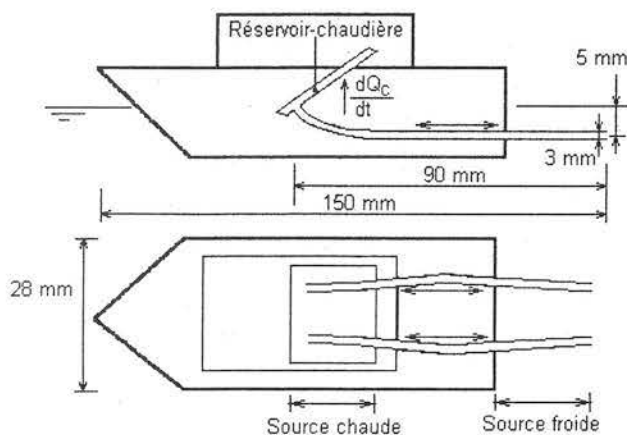


Fig. 1 Schéma simplifié du bateau. Source chaude: dQ_c/dt est la puissance thermique apportée à la chaudière par une flamme. Source froide: refroidissement du tube à l'arrière du bateau.

Le pulsoréacteur est formé de 2 éléments essentiels : un réservoir-chaudière avec une source chaude et un ou deux tubes dépassant du bateau vers l'arrière servant de source froide. Le réservoir est rempli d'un mélange d'eau chaude et de vapeur appelé «fluide» de volume variable, le tube froid contient une masse variable d'eau froide appelée «eau circulante» animée d'un mouvement alterné. La séparation entre les deux fluides est appelée piston fictif. Dans la maquette, la source chaude est constituée d'une flamme de bougie. Des puissances thermiques différentes ont été introduites dans les équations sans référence à la chaleur d'une flamme de bougie.

2.1 Système d'équations

Définitions :

- «fluide» est le mélange eau-vapeur de titre variable en vapeur, situé dans le réservoir et dans le tube à gauche du piston fictif,

- «eau circulante» est l'eau (masse variable) qui entre et qui sort de la conduite, située entre le piston fictif et l'orifice de sortie,

- «eau froide» : est l'eau externe (milieu semi infini) qui refroidit le tube à l'extérieur du bateau.

Les paramètres physiques sont : la pression p dans le «fluide eau + vapeur», la température T du «fluide», le volume massique du «fluide». Les paramètres cinématiques sont : la vitesse U du piston par rapport au bateau en projection sur un axe horizontal, quand le fluide sort ou entre dans le tube, et la vitesse U_{bat} du bateau par rapport à l'eau froide en projection sur un axe horizontal fixe par rapport à la terre.

Le système implique cinq inconnues, cinq équations sont donc nécessaires : (13) (14) (15) (26) et (36).

2.2 Analyse énergétique

A- Description du système

Le pulsoréacteur à vapeur est modélisé (Fig 2, 3 et 4) par un tube de longueur L qui est fermé à son extrémité côté réservoir.

Un piston fictif, supposé libre et adiabatique, sépare une partie chaude de longueur x qui est remplie avec «le fluide» (mélange de vapeur et d'eau), en proportions variables dans un cycle, et une deuxième partie froide (longueur : $L-x$) remplie par de l'eau. Le tube est chauffé sur une longueur ℓ . La partie chaude est supposée isolée de la partie froide du tube. Le fluide se refroidit sur une longueur $x-\ell$ variable avec x . Le volume du fluide changeant avec le chauffage ou le refroidissement, ce travail décrit comment le piston se déplace spontanément et décrit un mouvement périodique: pulsation du pulso-réacteur. Le piston déplace l'eau froide dans le tube et une quantité d'eau sort et entre à des vitesses différentes. Cet effet est la poussée qui propulse le bateau.

p_s	pression à la sortie du tube
p_{stat}	pression statique à l'extérieur du tube
Δp_{lin}	pertes de charge linéaires
Δp_{sing}	pertes de charge singulières
Q	quantité de chaleur
Q_c	quantité de chaleur du chauffage
q_c	quantité de chaleur transférée au fluide par seconde et par mètre du tube
Q_f	quantité de chaleur du refroidissement
q_f	puissance thermique
Re	nombre de Reynolds
η	rendement
S_{tube}	section du tube
t	temps
T	température (K) du fluide
T_c	température de la source chaude
T_{eau}	température de l'eau
ξ	titre massique en vapeur
T_{paroi}	température des parois du tube
U	vitesse de l'eau dans le tube par rapport au bateau
U_{bat}	vitesse du bateau par rapport à l'eau
v_{eau}	volume massique de l'eau
V	volume
V_f	volume du «fluide»
V_{im}	volume immergé du bateau
v_{vap}	volume massique de la vapeur
W	travail
x	abscisse du piston fictif déterminant la longueur du tube rempli par le fluide
x_{max}	longueur maximale du tube rempli par le fluide au cours d'un cycle
y	chemin parcouru par le bateau
z	position du centre de gravité du volume d'eau circulante isolé dans le tube. Système de référence lié au bateau. (Figure 5).
Λ	coefficient de perte de charge linéaire
λ	coefficient de conduction
ν	coefficient de la viscosité cinétique
ρ_{fluide}	masse volumique du fluide
ρ_{eau}	masse spécifique de l'eau
C_s	coefficient de la forme du bateau

B-Volumes isolés et conditions initiales

Les volumes isolés sont :

- soit le mélange vapeur eau dénommé «fluide», compris entre le fond du tube et le piston fictif. Ce mélange subit le chauffage sur une partie de la surface latérale du tube de longueur ℓ constante.

- soit «l'eau circulante» comprise entre le piston fictif x et l'extrémité ouverte du tube L sans échange de chaleur, avec un refroidissement sur la partie latérale du tube entre ℓ et x variable.

À l'instant initial ($t=0$), le titre en vapeur du fluide est nul, le piston séparant le fluide (eau + vapeur) et l'eau froide se trouve à la limite entre le réservoir et le tube (position $x=\ell$) (Fig. 4).

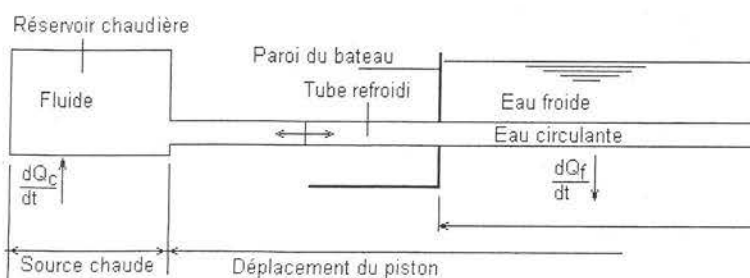


Fig. 2 Schéma de la chaudière et du tube du pulsoréacteur. Chaudière réservoir : source chaude, tube refroidi: source froide.

C- Hypothèses

Les hypothèses suivantes sont prises :

- Pour le «fluide». Le «fluide» est considéré comme un mélange homogène de vapeur saturée et d'eau en équilibre thermodynamique instantané à la pression-température du fluide. L'eau est considérée comme incompressible et la vapeur comme compressible (gaz parfait). La pression, la température et la densité sont homogènes en tout point du fluide. Les forces de gravité et de viscosité sont négligées.

- Pour le «piston» fictif, il est considéré comme adiabatique et étanche. Son mouvement est sans frottement. La position de ce piston est x avec la condition $\ell < x < L$.

- L'eau froide externe au bateau. L'eau froide est toujours à une température constante de 20°C. À l'extérieur du tube, l'eau froide est homogène et calme. Dans un référentiel lié au bateau, l'eau autour du bateau se déplace à la vitesse U_{bat} que le bateau aurait en eau calme.

- «L'eau circulante» est un liquide parfait incompressible supposé isolé du «fluide» par le piston fictif et sans échange de chaleur.

- Les parois. Entre la partie chaude et la partie froide du tube, la conduction de la chaleur dans la paroi du tube est négligée. La chaleur est seulement transférée radialement à travers la paroi du tube. Il existe donc une discontinuité de température au niveau de la paroi, entre le réservoir (chaud) et le tube froid (sauf pour les profils de température TP2 et TP3 et TP4 de la figure 15). Le fond du tube fermé est adiabatique. La capacité calorifique de la paroi du tube est négligée.

3. ÉTUDE DU FLUIDE DANS LE RÉSERVOIR ET LE TUBE

3.1 Équation d'énergie

Le fluide est le mélange eau-vapeur dans le un système fermé constitué par le volume cylindrique du tube limité (à gauche sur les figures) par une paroi et un piston fictif étanche et mobile (à droite). L'hypothèse est faite que pression, titre et volume sont variables sur un cycle.

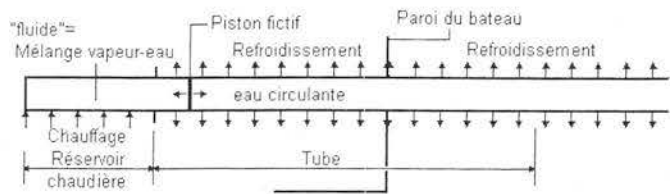
Dans un système fermé, l'énergie échangée avec le milieu extérieur est égale à la variation de l'énergie interne. L'énergie est échangée avec le milieu extérieur sous forme de chaleur ou de travail :

$$\frac{dQ}{dt} + \frac{dW}{dt} = \frac{dE_{cv}}{dt} \quad (1)$$

A- L'énergie stockée dans le fluide

Dans le fluide homogène, le rapport entre la masse de la vapeur et la masse du fluide est exprimé par le titre ξ de la vapeur :

$$\xi = \frac{m_{vap}}{m_f} = \frac{m_{vap}}{m_{eau} + m_{vap}} \quad (2)$$



L'énergie qui est stockée par le fluide dans le volume du système isolé est :

$$E_{cv} = m_f (c_v \cdot T + \xi \cdot L_v) \quad (3)$$

Ici le terme « $c_v \cdot T$ » représente la chaleur qui est nécessaire pour chauffer l'eau du fluide jusqu'à la température d'ébullition et L_v est la chaleur latente de vaporisation de l'eau chaude. La variation dans le temps de l'énergie interne du fluide par unité de masse s'écrit :

$$\frac{dE_{cv}}{dt} = m_f \cdot \left(c_v \frac{dT}{dt} + L_v \frac{d\xi}{dt} \right) \quad (4)$$

avec l'hypothèse que la capacité calorifique c_v , la chaleur latente de vaporisation L_v et la masse du fluide sont indépendantes de la température et invariables.

B- La chaleur échangée avec le milieu extérieur

- La quantité de chaleur reçue par le fluide résulte d'un bilan instantané entre la chaleur Q_c qui est reçue via par la paroi chauffée par la flamme et celle Q_f qui est cédée par le fluide aux parois froides ($x-\ell$):

$$\frac{dQ}{dt} = \frac{dQ_c}{dt} - \frac{dQ_f}{dt} \quad (5)$$

- La quantité de chaleur de chauffage, qui est fourni sur la longueur ℓ , s'écrit :

$$\frac{dQ_c}{dt} = q_c \cdot \ell \quad (6)$$

- Le terme « $x-\ell$ » représente la longueur du tube soumise au refroidissement. La quantité de

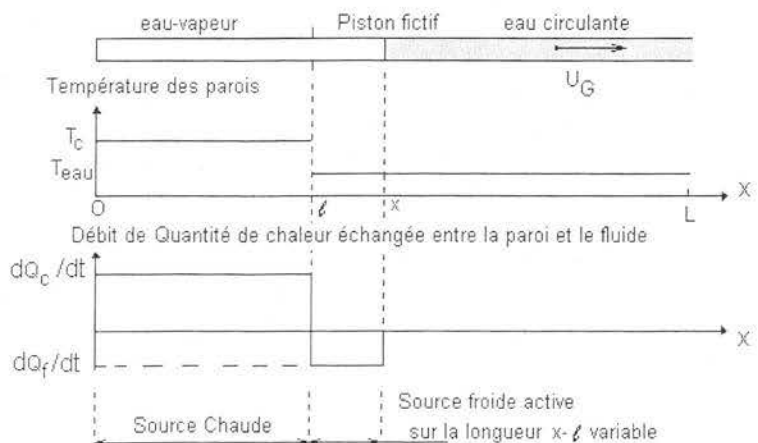


Fig. 4 Conditions aux limites. Température de la paroi et quantité de chaleur échangée entre la paroi et le fluide dans le modèle le plus simple. Le tube métallique, extérieur au réservoir chaudière, est considéré comme étant à une température uniforme. Les transferts de chaleur fluide/source froide se font sur la longueur $\ell-x$ variable avec x .

chaleur de refroidissement sur la longueur $x-\ell$ qui est transférée vers les parois s'écrit :

$$\frac{dQ_f}{dt} = h \cdot S_{tube} \cdot (T - T_{paroi}) = h \cdot \pi \cdot d \cdot (x - \ell) \cdot (T - T_{paroi}) \quad (7)$$

Dans cette équation, h représente le coefficient de convection entre le fluide et la paroi et d est le diamètre du tube. Le flux total de chaleur échangée est donc égal à :

$$\frac{dQ}{dt} = (q_c \cdot l) - \left(h \cdot \pi d (x - \ell) (T - T_{paroi}) \right) \quad (8)$$

Le coefficient de convection h entre le fluide et la paroi est exprimé par la relation :

$$h = \frac{Nu \cdot \lambda}{d} \quad (9)$$

où λ représente la conduction dans le fluide, d : le diamètre du tube et Nu : le nombre de Nusselt.

D'après LEONTIEV [1], pour un fluide homogène circulant dans un tube, le nombre de Nusselt Nu est donné en fonction du nombre de Peclet Pe par :

$$Nu = 3,66 + \frac{0,06688 \cdot \frac{Pe \cdot d}{x - l}}{1 + 0,04 \left(\frac{Pe \cdot d}{x - l} \right)^{\frac{2}{3}}} \quad (10)$$

Le nombre de Peclet Pe représente le rapport entre le transfert de chaleur par convection et le transfert de chaleur par conduction. Il peut être calculé par la relation :

$$Pe = \frac{\rho \cdot U \cdot C_p \cdot d}{\lambda} \quad (11)$$

où ρ est la masse volumique, U la vitesse du fluide voisine de celle du piston dans la zone $x-\ell$ du tube, C_p : la capacité calorifique, d : le diamètre du tube et λ la conductivité thermique. Cette loi est appliquée au cas des transferts de chaleur entre le fluide et la paroi, la quantité de vapeur contenue dans le fluide restant très faible et le transfert de chaleur entre la fraction liquide et la paroi restant prépondérant.

3.2 Travail effectué par le piston fictif

Le volume du fluide change avec les variations de la température, de la pression, et du titre, dues au chauffage et au refroidissement. La variation du volume du fluide se traduit par un travail W par rapport au milieu extérieur. Avec l'hypothèse que l'intervalle de temps dt est suffisamment petit pour que la pression dans le fluide reste constante pendant le changement du volume :

$$\frac{dW}{dt} = - \frac{d}{dt} (p dV) = -p \cdot S_{tube} \cdot \frac{dx}{dt} \quad (12)$$

Finalement, le bilan d'énergie pour le fluide s'écrit :

$$\frac{dT}{dt} = \frac{1}{m_f c_v} \left(\frac{dW}{dt} + \frac{dQ}{dt} - m_f L_v \frac{d\xi}{dt} \right) \quad (13)$$

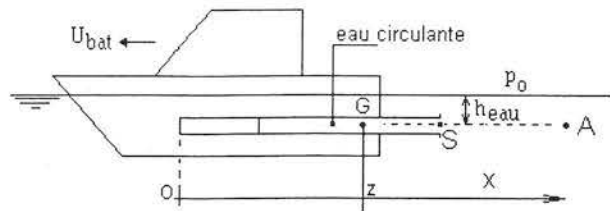


Fig. 5 Position du bateau dans l'eau. A : point dans l'eau où la vitesse de l'eau est nulle dans un système d'axe lié à la terre. G : centre de gravité de « l'eau circulante ». p_0 : pression atmosphérique. Ox : axe lié au bateau.

Après intégration, cette équation permet de calculer la température T du fluide en fonction du temps.

3.3 Bilan de masse

Le volume du fluide dans le volume isolé est la somme du volume de la vapeur et du volume d'eau chaude dans le tube de diamètre d et de longueur x :

$$V_f = m_{vap} \cdot v_{vap} + m_{eau} \cdot v_{eau} = m_f \cdot \xi \cdot v_{vap} + m_f \cdot (1 - \xi) \cdot v_{eau} = x \cdot S_{tube} \quad (14)$$

Avec l'hypothèse que la température T et la pression p varient peu dans les conditions de la maquette étudiée, les volumes spécifiques de la vapeur et de l'eau sont considérés comme constants.

3.4 Équation d'état

Dans la région saturée, la pression de la vapeur est seulement une fonction de la température. DUPRE [3] a proposé la relation expérimentale suivante :

$$\text{Log}_{10} p = \alpha - \frac{\beta}{T} - \gamma \cdot \text{Log}_{10} T$$

avec $\alpha = 17,443$ $\beta = 2795$ $\gamma = 3,868$. (15)

Avec la pression P en bar et la température T (en degré Kelvin) comprise entre 273 et 473 K.

4. ÉTUDE DE L'EAU CIRCULANTE DANS LE TUBE

4.1 Équation de la dynamique

Ici, le système isolé est le volume d'eau compris entre les abscisses x et L pour un axe OX lié au bateau. L'équation de la dynamique appliquée à l'eau circulante permet de déterminer la poussée du système. La position du centre de gravité G du volume d'eau circulante est z tel que :

$$z = x + \frac{1}{2}(L - x) = \frac{x + L}{2}, \quad (16)$$

$$z' = \frac{x'}{2} \text{ et } z'' = \frac{x''}{2}. \quad (\text{Fig. 5}).$$

La masse d'eau circulante a une accélération z'' due au déplacement de l'eau du piston fictif. Une quantité d'eau sort alors du tube et la masse d'eau isolée varie avec la position du piston x :

$$m_{eau} = (L - x) \cdot S_{tube} \cdot \rho_{eau} \quad (17)$$

Le produit entre la masse et l'accélération est égal à la somme des forces extérieures appliquées au système d'eau circulante :

$$m_{eau} \cdot z'' = \frac{1}{2} \cdot (L-x) \cdot S \cdot \rho \cdot x'' = \Sigma F_{ext} \quad (18)$$

A- Calcul des forces extérieures

a/ Forces de pression

Avec l'hypothèse que le milieu extérieur est homogène et calme, la pression statique à la sortie du tube est la somme de la pression atmosphérique p_0 et de la pression hydrostatique résultant de la hauteur d'eau entre la surface de l'eau et le point considéré.

$$P_{statique} = p_0 + \rho_{eau} \cdot g \cdot h_{eau} \quad (19)$$

Pour l'axe Ox lié au bateau, l'eau circule autour du bateau à la vitesse du bateau et un point «A» éloigné du bateau se déplace donc avec la vitesse U_{bat} . Le point «G», centre de gravité de l'eau circulante dans le tube à l'instant t , décrit un mouvement lié à la variation de la position du piston x . Pour un fluide homogène et incompressible, la formule de BERNOULLI est applicable entre les deux points «S» (sortie du tube) et «A» (infini aval), qui n'ont pas de différence d'énergie potentielle, elle s'écrit pour une vitesse positive du piston :

$$p_s + \frac{\rho_{eau} \cdot U_s^2}{2} + \rho_{eau} \cdot \int_s^A \frac{\partial U_s}{\partial t} ds - \Delta P_{sing} = p_A + \frac{\rho_{eau} \cdot U_A^2}{2}$$

$$\text{lorsque :} \quad \frac{dx}{dt} \geq 0 \quad (20)$$

avec la pression p_s à la sortie du tube, ρ_{eau} : la densité de l'eau et «s» le chemin d'intégration entre S et A, la perte de charge ΔP_{sing} qui résulte du changement brusque de la section à la sortie du tube, s : abscisse entre S et A.

Lorsque la vitesse du piston est négative, la formule de Bernoulli s'écrit :

$$p_A + \frac{\rho_{eau} \cdot U_A^2}{2} - \Delta P_{sing} = p_s + \frac{\rho_{eau} \cdot U_s^2}{2} + \rho_{eau} \cdot \int_A^S \frac{\partial U_s}{\partial t} ds$$

$$\text{lorsque :} \quad \frac{dx}{dt} \leq 0 \quad (21)$$

Le signe et le module de la perte de charge singulière changent avec l'inversion de la vitesse du piston. Pour évaluer le terme à intégrer, il est supposé :

- que la vitesse de l'écoulement devient nulle après une longueur égale à environ 10 diamètres du tube après la sortie du tube à cause des transformations d'énergie en turbulence et de l'extension du jet (Fig. 6).

- que la décélération de l'eau dans le jet sortant est constante (Fig.6).

L'intégrale de l'accélération sur le chemin s est :

$$\int_s^A \frac{d^2x}{dt^2} ds = 10 \cdot d_{tube} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \quad (22)$$

Avec ce résultat, l'équation de Bernoulli s'écrit :

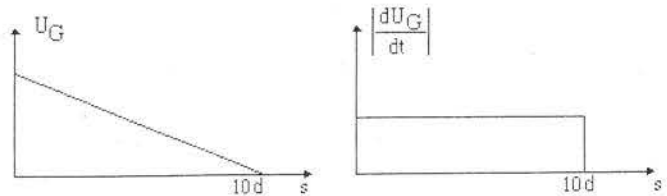


Fig. 6 Vitesse U et accélération de l'eau dans le jet à la sortie du tube en fonction de la distance s entre la sortie du tube et la fin des turbulences. La vitesse du jet est considérée comme nulle après 10 diamètres du tube.

$$\frac{p_s}{\rho_{eau}} \pm \frac{\Delta p_{sing}}{\rho_{eau}} + \frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \pm 10 \times d_{tube} \frac{d^2x}{dt^2} = \frac{p_{stat}}{\rho_{eau}} + \frac{U_{bat}^2}{2} \quad (23)$$

Dans cette équation, les calculs montrent que le terme d'accélération :

$$\int_s^A \frac{d^2x}{dt^2} ds = 10 \cdot d_{tube} \cdot \frac{d^2x}{dt^2} \quad (24)$$

est largement inférieur au terme de vitesse au carré :

$$\frac{1}{2} \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

et qu'il peut être négligé.

La pression p_s à la sortie du tube se calcule alors avec l'équation :

$$p_s = p_{stat} \pm \Delta p_{sing} + \frac{\rho_{eau}}{2} \times \left(U_{bat}^2 - (x')^2 - 20 \cdot d_{tube} \cdot x'' \right) \quad (25)$$

où le symbole prime signifie : dérivation par rapport au temps. La perte de charge Δp_{sing} est de signe positif si la vitesse du piston dx/dt est positive et de signe négatif, si la vitesse est négative.

b/ Pertes de charge

En réalité, les forces extérieures sur le système «eau circulante» isolée ne sont pas seulement dues à la pression du «fluide» et à la pression de l'eau à la sortie du tube. Le fluide est visqueux et les pertes de charge Δp_{lin} à l'intérieur du tube doivent être prises en compte. Lorsque la vitesse du piston fictif x' est positive, la pression à la sortie du tube est diminuée des pertes de charge linéaire Δp_{lin} . Pour l'eau circulante, le bilan de forces s'écrit :

$$m_{eau} \cdot z'' = m_{eau} \cdot \frac{x''}{2} = S_{tube} \left(p - (p_s - \Delta p_{lin}) \right)$$

$$\text{lorsque :} \quad \left(\frac{dx}{dt} \geq 0 \right)$$

$$m_{eau} \cdot z'' = m_{eau} \cdot \frac{x''}{2} = S_{tube} \left(p - (p_s + \Delta p_{lin}) \right)$$

$$\text{lorsque :} \quad \left(\frac{dx}{dt} < 0 \right)$$

et, par conséquent :

$$x'' = \frac{2S_{tube}(p - p_s \pm \Delta p_{lin})}{m_{eau}} \quad (26)$$

où x'' est l'accélération du piston dans le tube, S_{tube} est la section du tube, p est la pression du «fluide», p_s la pression à la sortie du tube et m_{eau}

représente la masse d'eau froide dans le tube. La perte de charge linéaire Δp_{lm} a un signe positif si la vitesse du piston x' est positive, et un signe négatif si la vitesse du piston est négative.

Cette équation permet de calculer la position x du piston fictif sur l'axe Ox lié au bateau par une double intégration en fonction du temps.

5. VITESSE DU BATEAU

La vitesse du bateau dans l'eau est : U_{bat} . Pour calculer cette vitesse, il est nécessaire de lui appliquer l'équation de la dynamique des solides en effectuant un bilan des forces par rapport à un référentiel Eulérien. Ici les forces extérieures en projection sur un plan horizontal sont la résistance hydrodynamique F_r (qui est une fonction de la forme du bateau) et la poussée Pou (qui est fournie par le pulsoréacteur).

5.1 Résistance hydrodynamique

La résistance hydrodynamique d'un bateau qui avance en eau calme résulte de deux phénomènes :

La perte d'énergie entre les parois et l'eau, qui est exprimée par le coefficient c_f qui s'écrit :

$$c_f = \frac{\chi}{\left(\log_{10} \left(\frac{U_{bat} L_{im}}{v} \right) - 2 \right)^2} \quad (27)$$

où v représente la viscosité cinétique de l'eau, U_{bat} : la vitesse du bateau, L_{im} : la longueur immergée du bateau, χ : le coefficient de forme.

La perte d'énergie nécessaire pour déplacer l'eau lorsque le bateau avance en produisant les vagues de sillage. Elle est exprimée par le coefficient c_w , ici négligeable.

Pour une vitesse du bateau inférieure à 0,2 m/s, la valeur du coefficient des vagues devient très faible par rapport au coefficient de la résistance hydrodynamique de la partie immergée. L'effort du bateau à développer des vagues est donc négligé et la résistance hydrodynamique du bateau avançant en eau calme s'exprime par :

$$F_r = \frac{1}{2} \rho_{eau} U_{bat}^2 \frac{8\pi V_{im}}{1000} \cdot c_f \quad (28)$$

avec ρ_{eau} : densité de l'eau, U_{bat} : vitesse du bateau, V_{im} : volume du bateau au-dessous de la surface d'eau, c_f : coefficient de la résistance de la partie immergée, $c_w = 0$: coefficient de la traînée des vagues.

5.2 Poussée

La poussée du réacteur est créée par une masse d'eau sortant ou entrant dans le tube. Cette eau circulante dans le tube est le système étudié ($l < x < L$). Avec le mouvement du piston, la masse d'eau froide n'est pas constante : une quantité de masse sort ou entre dans le tube régulièrement. Il s'agit alors d'un système ouvert avec une entrée et une sortie. Avec le débit de masse sortant ou entrant dm_{eau}/dt , la vitesse de sortie U_{sortie} , la vitesse d'entrée $U_{entrée}$ et les forces des parois sur le système $F_{parois/eau}$, alors le bilan des forces sur l'eau circulante isolée s'écrit d'une manière générale :

$$\frac{dm_{eau}}{dt} (U_{sortie} - U_{entrée}) = \Sigma F_{parois/eau} \quad (29)$$

Les forces sur la périphérie cylindrique du système sont en équilibre, la force résultante $\Sigma F_{parois/eau}$ est dans la direc-

tion de l'axe x de symétrie. La poussée est la somme négative des réactions du fluide interne et externe sur les parois du réacteur en direction de l'avancement du bateau, c'est-à-dire parallèle à l'axe x :

$$\Sigma F_{parois/eau} = - Pou \quad (30)$$

Lorsque l'eau circulante sort du tube, le débit de masse d'eau dm_{eau}/dt sort avec la vitesse du piston dx/dt :

$$\frac{dm_{eau}}{dt} \left(\frac{dx}{dt} + 0 \right) = - Pou = \Sigma F_{parois/eau} \quad (31)$$

Dans cette équation, la variation de la masse d'eau circulante est négative, car la masse diminue. La vitesse du piston dx/dt est positive par rapport à l'axe x . La poussée a donc un signe positif par rapport à son axe et le bateau avance si de l'eau sort du tube.

Lorsque l'eau circulante entre dans le tube, le débit de masse d'eau dm_{eau}/dt entre avec la vitesse du piston dx/dt :

$$\frac{dm_{eau}}{dt} \left(\frac{dx}{dt} + 0 \right) = - Pou = \Sigma F_{parois/eau} \quad (32)$$

Dans cette équation, la variation de la masse d'eau froide est positive, car la masse augmente. La vitesse du piston dx/dt est négative par rapport à l'axe x . La poussée a donc un signe positif par rapport à son axe. Le bateau reçoit également une poussée positive si l'eau entre dans le tube.

La poussée est donc toujours positive dans la direction de l'avancement du bateau et s'écrit :

$$Pou = - \frac{dm_{eau}}{dt} \frac{dx}{dt} \quad (33)$$

et avec :

$$\frac{dm_{eau}}{dt} = - \frac{dx}{dt} \cdot \rho_{eau} \cdot S_{tube} \quad (34)$$

il vient :

$$Pou = \rho_{eau} \cdot S_{tube} \cdot \left(\frac{dx}{dt} \right)^2 \quad (35)$$

où ρ_{eau} est la masse spécifique d'eau à 20°C, S_{tube} la section du tube orthogonale à l'axe du tube et dx/dt la vitesse du piston fictif.

5.3 Vitesse du bateau

L'équation de la dynamique des solides s'écrit en projection sur l'axe du mouvement du bateau :

$$m_{bateau} y'' = \Sigma F_{ext} = Pou - F_r \quad (36)$$

La somme des forces extérieures sur le bateau est la poussée et la résistance hydrodynamique. L'équation de l'accélération du bateau s'écrit :

$$y'' = \frac{Pou - F_r}{m_{bateau}}$$

À partir de cette équation, la vitesse instantanée du bateau peut être calculée par intégration pas à pas sur un cycle stationnaire du moteur et la vitesse moyenne s'en déduit.

6. RENDEMENT THERMODYNAMIQUE

Le rendement thermique du pulsoréacteur est défini comme pour toute machine thermique :

$$\eta_{thermique} = 1 - \frac{dQ_f/dt}{dQ_c/dt} \quad (37)$$

Le rendement de la propulsion est le rapport entre l'énergie fournie par le cycle thermodynamique et l'énergie moyenne de propulsion du bateau sur un cycle stationnaire :

$$\eta_{prop} = \frac{\overline{P_{out}} \cdot \bar{U}_{bul}}{\left(dQ_c/dt - dQ_f/dt \right)} \quad (38)$$

Avec ces résultats, le moteur a un rendement global de :

$$\eta_g = \eta_{th} \cdot \eta_{prop} \quad (39)$$

Le rendement est très faible pour ce pulso-réacteur pour lequel les évolutions de la pression et de la température restent faibles, il est de l'ordre 10^{-5} à 10^{-4} selon les valeurs de dQ_c/dt étudiées.

7. RÉSULTATS

Un logiciel de calculs a été constitué afin de simuler les équations écrites ci-dessus au fil du temps. Ce logiciel [4, 5, 6] reprend, pour une part, l'ensemble des équations de la mécanique sous une forme modulaire. Seule le programme « maître » est réécrit en fonction de chaque machine compte tenu de la succession des phases du cycle. Dans le cas particulier de cette étude, les fonctions de changement d'état du fluide ont été rajoutées. Les résultats présentés ci-dessous concernent un cycle stationnaire du piston fictif.

7.1 Cycle thermodynamique

La simulation numérique permet de calculer l'ensemble des variables du mélange vapeur-eau à chaque instant sur un diagramme pression-volume du fluide (Fig. 7).

Au point A, la pression du fluide est égale à la pression statique à l'extérieur du tube et la température du fluide est légèrement inférieure à 100°C . Grâce à la quantité de chaleur de chauffage transférée en permanence au fluide, celui-ci commence à se vaporiser et son titre en vapeur augmente. La pression augmente, elle provoque la mise en mouvement du piston fictif et l'augmentation de volume du fluide. Lorsque la puissance thermique de refroidissement q_f devient égale à la puissance thermique de chauffage q_c , la pression du fluide passe par un maximum noté B. Puis, la pression et la température du fluide diminuent encore. Cependant, la vaporisation du fluide ne s'arrête pas et le titre en vapeur continue à augmenter et l'eau circulante à sortir (Fig. 8).

Au point C, le fluide atteint la pression statique et les pressions à l'intérieur et à l'extérieur du tube sont équilibrées alors que l'eau circulante dans le tube est encore en mouvement, en raison de l'inertie de cette eau et que le volume du fluide continue à augmenter.

De même, la pression et la température du fluide diminuent encore au-delà du point d'équilibre des pressions et le fluide continue à se vaporiser. Toutefois, la pression à la sortie du tube, qui est supérieure à la pression du fluide, ralentit le mouvement du piston fictif, jusqu'à ce qu'il s'arrête totalement au point D. A cet instant, la position x du piston et le titre atteignent leur maximum et la vaporisation se termine (Fig. 9).

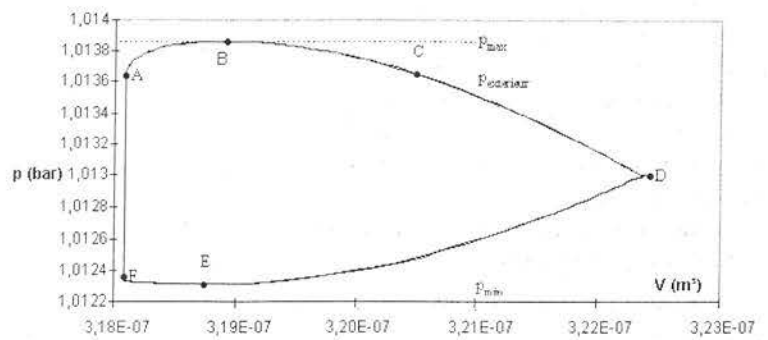


Fig. 7 Diagramme pression - volume pour le fluide. Le volume est le produit de la section du tube par l'abscisse du piston fictif. A, B, C, D, E et F sont définis dans le texte. $Tp1$, $q_c = 15 \text{ W/m}$

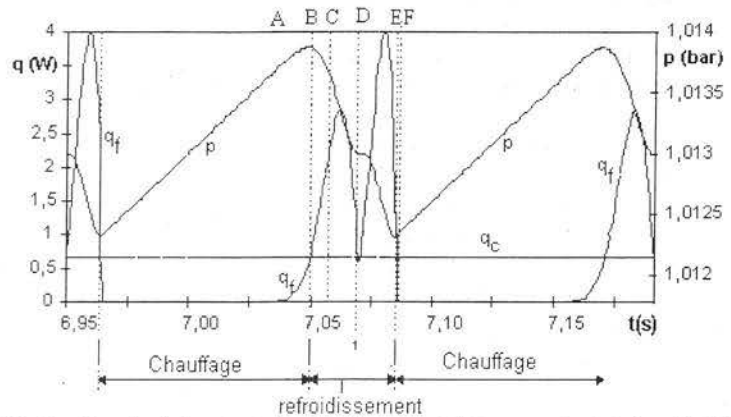


Fig. 8 Flux de chaleur (q_c), de refroidissement (q_f) et pression (p) dans le fluide. Distribution de la température de paroi : $Tp1$. Quantité de chaleur fournie à la chaudière réservoir : $q_c = 15 \text{ W/m}$

Le diagramme (Fig. 10) suivant montre que le titre est directement proportionnel à la position x du piston.

Après le point D, le fluide commence à se condenser plus vite qu'il ne se vaporise et donc le titre diminue. La pression et la température du fluide diminuent jusqu'à la pression et la température minimales. En ce point noté point E, le flux de chaleur de refroidissement devient égal au flux de chaleur de chauffage qui est permanent. Puis, le fluide commence à se réchauffer et la pression et la température remontent. Toutefois l'eau «circulante» est encore en mouvement et son inertie pousse le piston fictif jusqu'au point F, où sa position x est égale à ℓ .

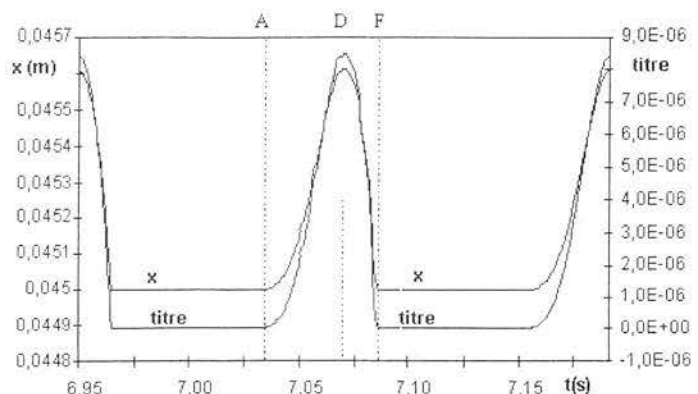


Fig. 9 Comparaison entre le titre ξ du fluide et la position du piston x . Distribution de la température de paroi : $Tp1$. Quantité de chaleur fournie à la chaudière réservoir : $q_c = 15 \text{ W/m}$

En réalité, au point F, la position fictive du piston x serait inférieure à ℓ , si la compressibilité du fluide, qui ne contient plus de vapeur, donc de l'eau chaude, n'était pas négligée avec les hypothèses du calcul. Entre les points F et A le fluide est réchauffé à volume constant aux conditions initiales.

L'aire du cycle représente le travail libéré par le pulsoréacteur pendant un cycle.

En résumé, le cycle peut donc être distingué par les phases suivantes :

- A → B Chauffage et expansion du fluide jusqu'à la pression maximale par vaporisation d'une fraction de l'eau,
- B → C Refroidissement et expansion du fluide jusqu'à la pression ambiante,
- C → D Refroidissement et expansion du fluide jusqu'au volume maximal et vaporisation d'une fraction de l'eau,
- D → E Refroidissement et contraction du fluide jusqu'à la pression minimale par condensation d'une fraction de la vapeur,
- E → F Chauffage et contraction du fluide jusqu'au volume minimal et condensation de la vapeur,
- F → A Chauffage isochore du fluide.

Sur le diagramme température - entropie, le cycle est caractérisé par une faible variation de pression (Fig 11).

7.2 Variables thermodynamiques

Les variables thermodynamiques changent périodiquement avec le temps, mais leur variation est faible. La pression et la température du fluide (Fig. 12) ne sont pas indépendantes pendant la vaporisation et la condensation et ont une évolution semblable.

La pression et la température ont un maximum au point B, où le flux de chaleur de chauffage est égal au flux de chaleur de refroidissement, $q_c = q_f$. Le minimum de pression et de température est atteint au point E, également sous la condition $q_c = q_f$. Au point D, la température et la pression du fluide restent constantes pendant un court instant, sous l'effet de l'inertie de l'eau circulante et du refroidissement. Comme cela est supposé dans les hypothèses du calcul, la température du fluide varie très peu la chaleur étant utilisée par le phénomène de vaporisation.

7.3 Performances

La performance du pulsoréacteur est la poussée moyenne pendant la période d'un cycle, donnant au bateau une vitesse d'avancement. La puissance théorique est modifiée par le rendement thermique. Pendant chaque cycle, le pulsoréacteur fournit une poussée (Fig 13) variable au cours de la période d'un cycle.

La poussée Pou du pulsoréacteur est proportionnelle à la vitesse du piston dx/dt au carré d'après l'équation :

$$Pou = q_m \cdot \frac{dx}{dt} = \rho_{eau} \cdot S_{tube} \cdot \left(\frac{dx}{dt} \right)^2$$

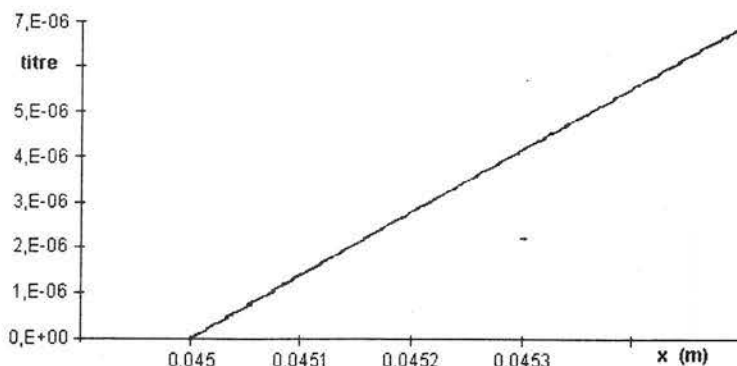


Fig. 10 Titre ξ en fonction de la position x du piston. Distribution de la température de paroi : $Tp1$. Quantité de chaleur fournie à la chaudière réservoir : $q_c = 10 \text{ W/m}$

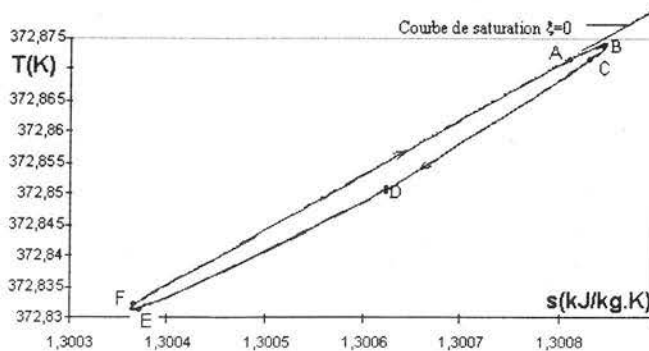


Fig. 11 Diagramme température - entropie pour le fluide. Distribution de la température de paroi : $Tp1$. Quantité de chaleur fournie à la chaudière réservoir : $q_c = 10 \text{ W/m}$

où q_m est le débit massique entrant ou sortant du système.

La courbe de la poussée commence donc à monter au point A à partir duquel le piston commence à se déplacer. La poussée atteint un maximum au point C, à cet instant la pression du fluide est égale à la pression extérieure. Puis le piston est freiné par la différence entre la pression intérieure et extérieure et la poussée diminue. Elle s'annule au point D où le piston s'arrête. La poussée augmente ensuite très vite car le piston est accéléré par les forces de pression, qui sont dues à la différence de pressions et au refroidissement du fluide. Elle atteint une valeur maximale au point F, où le piston s'arrête brutalement à cause de l'incompressibilité de l'eau, et

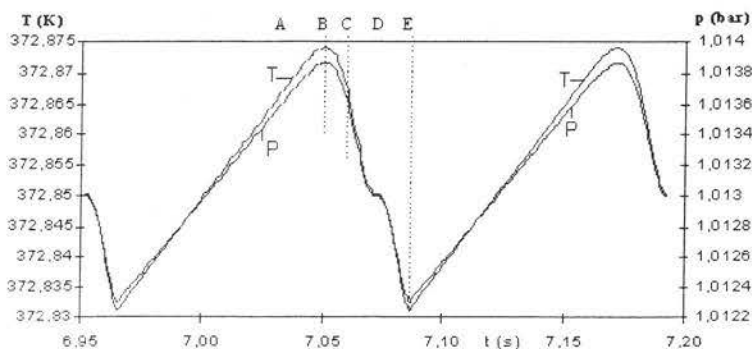


Fig. 12 Pression et température du fluide en fonction du temps. Distribution de la température de paroi : $Tp1$. Quantité de chaleur fournie à la chaudière réservoir : $q_c = 10 \text{ W/m}$

la poussée devient nulle encore. Le deuxième pic de la poussée est alors plus grand que le premier parce que la vitesse du piston est plus grande en revenant. En effet, le piston est poussé par des forces qui sont dues à la différence de pression entre l'intérieur et l'extérieur du tube. Cette différence de pression résulte de la condensation de la vapeur du fluide, créant une rapide chute de pression dans le fluide. Quand le piston part, il est poussé par une surpression à cause du chauffage, et freiné par la pression à l'extérieur du tube. Les forces appliquées sur le piston sont donc plus grandes pour le «piston revenant» et l'eau froide entre alors dans le tube.

La fréquence est aussi un signe de performance du pulsoréacteur. La puissance du moteur augmente avec la fréquence et le bateau avance plus vite avec une fréquence plus élevée. Pour le modèle réduit, le calcul donne des fréquences comprises entre 5 et 10 Hertz.

Le bateau est accéléré par la poussée du pulsoréacteur, mais freiné par la résistance hydrodynamique. La vitesse du bateau a donc une valeur limitée. Lors de la phase d'accélération, la vitesse du bateau augmente par palier (figure 14) avant d'atteindre sa vitesse de croisière oscillante autour d'une valeur moyenne.

7.4 Influence de la température des parois

La distribution de la température des parois a une grande influence sur le cycle thermodynamique.

La température de la surface du tube peut être changée par différents moyens de construction : isolation thermique, ailette de refroidissement, modification du chauffage, inertie thermique des parois, etc.

Quatre distributions différentes des températures (de Tp1 à Tp4) du tube ont été choisies (Fig 15).

Entre les quatre répartitions différentes, le fonctionnement du pulsoréacteur pour la quatrième distribution de la température des parois du tube est le plus puissant.

Le diagramme (Fig. 16) montre que l'aire du cycle thermodynamique pour la répartition de température Tp4 est la plus grande et, par conséquent, le cycle fournit donc le plus de travail pour la même quantité de chaleur fournie. Son rendement est alors le plus grand.

Un autre phénomène est la pression plus élevée pour le cycle Tp4. Puisque les cycles sont tracés pour un état stationnaire, la vitesse du bateau est différente pour chaque cycle du pulsoréacteur car la pression à l'extérieur du tube dépend de la vitesse du bateau. La pression au point d'équilibre des pressions intérieure et extérieure est donc plus élevée. Le modèle montre également que la vitesse du bateau et donc la poussée est la plus grande dans le cas Tp4 et la plus faible dans le cas Tp1.

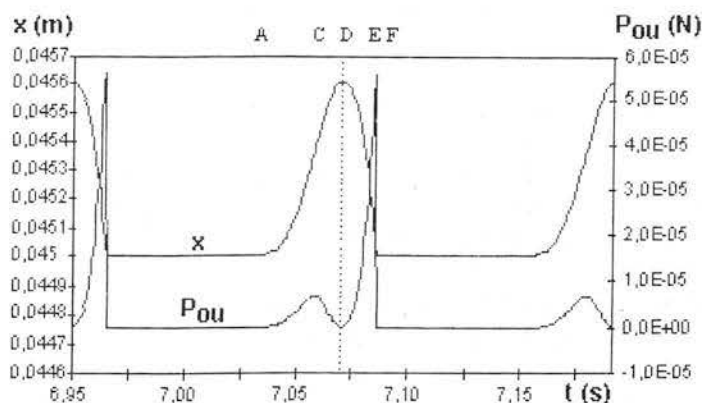


Fig. 13 Poussée et position du piston x en fonction du temps. Distribution de la température de paroi : Tp1. Quantité de chaleur fournie à la chaudière réservoir: $q_c = 15 \text{ W/m}$

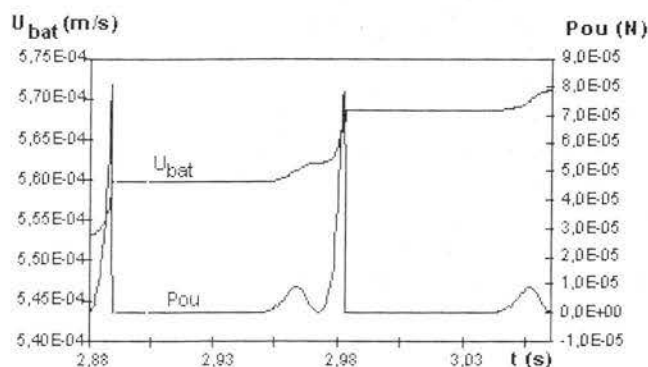


Fig. 14 Vitesse du bateau et poussée en fonction du temps pendant la phase d'accélération. Distribution de la température de paroi : Tp1. Quantité de chaleur fournie à la chaudière réservoir : $q_c = 15 \text{ W/m}$.

7.5 Influence de la puissance de la source chaude

Le cycle varie aussi avec la puissance de chauffage dq/dt . Le débit de chaleur entre la source chaude et le fluide peut être augmenté avec une énergie fournie à température plus élevée, mais également par des moyens constructifs afin que la température des parois du tube se rapproche des conditions désignées par Tp4 :

- modification locale de la section des parois entre la chaudière et le afin de limiter les pertes de chaleur par les parois du tube.
- modification de la surface d'échange des parois de la chaudière avec la source chaude,
- interposition d'un joint adiabatique sur le tube,
- etc.

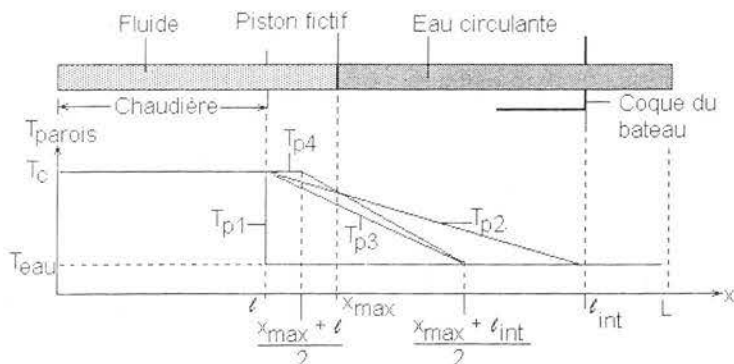


Fig. 15 Comparaison entre les différentes distributions de la température de parois Tp1, Tp2, Tp3 et Tp4. ℓ_{int} : longueur du tube au passage de la coque du bateau. x_{max} : position maximale du piston

Pour étudier l'influence du chauffage, le flux de chaleur chauffant le fluide est augmenté pour le quatrième cas de la distribution de la température des parois, qui est le cas avec le meilleur rendement thermique.

En comparant les diagrammes Tp4 et Tp1 pour un débit de chaleur : $q_r = 15 \text{ W/m}$, il apparaît que la variation de la pression et la variation du volume du fluide augmentent avec le débit de chaleur. Cette relation peut être expliquée par le fait que le piston est plus accéléré par un chauffage plus grand. La vitesse d'eau circulante dans le tube devient plus grande entraînant une augmentation de la dépression dans le fluide. La pression du fluide au point A est aussi plus élevée. Ce fait est dû à la vitesse du bateau, qui augmente avec la quantité de chauffage : le terme $U_{\text{bat}}^2/2$ dans le calcul de la pression à l'extérieur du tube devient important. La pression du fluide doit donc être plus grande pour pousser le piston.

Le pulsoréacteur fournit une plus grande poussée avec une puissance de chauffage plus élevée. Cependant une augmentation du chauffage baisse la fréquence du réacteur et le pulsoréacteur fonctionne alors avec plus de puissance mécanique et un meilleur rendement.

Une comparaison pour les différentes quantités de chauffage donne le diagramme de la figure 17.

La pression maximale et le volume balayé augmentent avec la quantité de chaleur fournie. Le cycle avec le plus grand rendement et la plus grande poussée est obtenu (Fig. 17) pour une quantité de chauffage de 100 W/m .

8. CONCLUSIONS

L'analyse énergétique des couplages thermiques et mécaniques d'un pulsoréacteur à vapeur a permis sa modélisation et sa mise en équation. La simulation numérique associée a permis de vérifier sa cohérence et a fourni les bases de l'explication des phénomènes.

Les performances : puissance et rendement du pulsoréacteur à vapeur étudié sont faibles; elles peuvent être améliorées par un choix judicieux des caractéristiques géométriques et thermiques de la machine. Elles sont déjà suffisantes pour permettre le déplacement d'un bateau à faible vitesse.

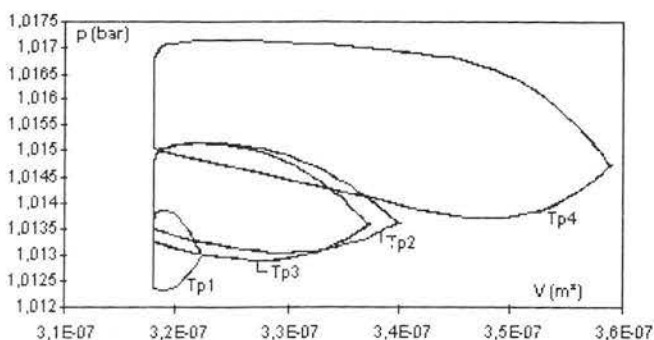


Fig. 16 Comparaison entre les différents cycles pour différentes répartitions de température des parois et une même quantité de chaleur fournie à la chaudière-réservoir : $q_r = 15 \text{ W/m}$.

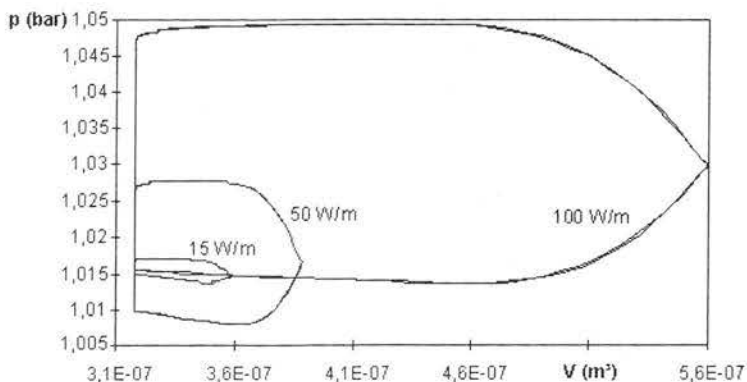


Fig. 17 Cycles thermodynamiques du pulsoréacteur pour différents débits de chaleur de chauffage, et une répartition des températures à la paroi: Tp4

La construction d'un prototype de taille plus élevé peut être envisagée compte tenu des avantages de ce type de machine :

- fonctionnement sans pièce mécanique en mouvement,
- démarrage autonome,
- construction simple et rustique,
- basse température du fluide,
- combustion externe, tout carburant,
- fiabilité élevée et maintenance faible,
- corrosion sans conséquence,
- encrassement limité,
- pour les plus grandes tailles, possibilité d'utiliser un fluide plus approprié et ayant de meilleure qualité thermique que l'eau, combiné avec un piston libre et étanche, au prix d'une légère perte de fiabilité.

Références

- [1] LEONTIEV A., *Théorie des échanges de chaleur et de masse*, Edition MIR Moscou, 1979.
- [2] COMOLET R., *Statique et dynamique des fluides visqueux*, Editeur MASSON, PARIS, page 135.
- [3] BRUHAT G., *Thermodynamique*, Editeur MASSON, PARIS, 1947, page 280.
- [4] ARQUES Ph., *Modélisation thermodynamique et réalisation d'un moteur STIRLING du type RINGBOM*, ENTROPIE, n°: 187, 1994.
- [5] ARQUES Ph., *Piston movement in thermocompressor*, American institute of Chemical engineers, paper n°97324, 1997.
- [6] ARQUES Ph., *Analyse et modélisation thermodynamique du mouvement du piston d'un thermocompresseur*, ENTROPIE n°: 209, 10 pages, 1998.